UNIVERZA V MARIBORU

FAKULTETA ZA NARAVOSLOVJE IN MATEMATIKO

Oddelek za matematiko in računalništvo

DIPLOMSKO DELO

Matjaž Žunko

Maribor, 2010

UNIVERZA V MARIBORU

FAKULTETA ZA NARAVOSLOVJE IN MATEMATIKO

Oddelek za matematiko in računalništvo

Diplomsko delo

ZANESLJIVOST VAR MODELOV V IZJEMNIH OKOLIŠČINAH

Mentor:

dr. Drago Bokal,

docent

Kandidat:

Matjaž Žunko

Somentor:

dr. Timotej Jagrič,

izredni profesor

Maribor, 2010

Zahvala

Iskrena hvala mentorju, doc. dr. Dragu Bokalu
in somentorju, prof. dr. Timoteju Jagriču,
za strokovno vodenje, motivacijo in pomoč
pri nastajanju diplomskega dela.

Posebna hvala dragima mami in očetu
za vso podporo, spodbudo
in finančno pomoč pri študiju.

UNIVERZA V MARIBORU

FAKULTETA ZA NARAVOSLOVJE IN MATEMATIKO

IZJAVA

Podpisani Matjaž Žunko, rojen 19. julija 1986, študent Fakultete za naravoslovje in matematiko Univerze v Mariboru, študijskega programa nepedagoška matematika, izjavljam, da je diplomsko delo z naslovom

Zanesljivost VaR modelov v izjemnih okoliščinah

pri mentorju doc. dr. Drago Bokalu in somentorju prof. dr. Timoteju Jagriču, avtorsko delo. V diplomskem delu so uporabljeni viri in literatura korektno navedeni; teksti in druge oblike zapisov niso uporabljeni brez navedbe avtorjev.

Maribor, 20. oktober 2010 Podpis kandidata:

ŽUNKO, M.: Zanesljivost VaR modelov v izjemnih okoliščinah. Diplomsko delo, Univerza v Mariboru, Fakulteta za naravoslovje in matematiko, Oddelek za matematiko in računalništvo, 2010.

IZVLEČEK

VaR je pogosto uporabljena mera tržnega tveganja. Izračunamo ga lahko po različnih metodah, ki jih delimo v tri skupine: parametrične linearne metode, metode zgodovinske simulacije in Monte Carlo metode. Na njih temelječi VaR modeli so bili na preizkusu v izjemnih okoliščinah, kakršne je predstavljala svetovna finančna kriza.

V diplomskem delu so predstavljene osnovne VaR metode. Ustrezni VaR modeli so testirani na podatkih cen delnic portfeljev, sestavljenih iz nekaterih delnic indeksov SBI 20, DAX 30 in XMI. Opisan je način testiranja teh modelov.

Rezultati kažejo, da so za dnevne VaR napovedi najprimernejši modeli zgodovinske simulacije, za 10-dnevne napovedi Gumbelov linearni VaR model, za mesečne in kvartalne napovedi pa so se vsi testirani modeli izkazali za nezanesljive.

Ključne besede: analiza portfelja, tvegana vrednost, zgodovinski test.

ŽUNKO, M.: Reliability of VaR models in extreme circumstances. Graduation Thesis, University of Maribor, Faculty of Natural Sciences and Mathematics, Department of Mathematics and Computer Science, 2010.

ABSTRACT

Value-at-Risk (VaR) is a widely used measure of market risk. It can be calculated by different methods, which are divided into three groups: parametric linear methods, historical simulation methods and Monte Carlo methods. VaR models, based on these methods, were on a trial in extreme circumstances such as represented by the global financial crisis.

This thesis presents the basic VaR methods. The corresponding VaR models are tested on the data of share prices of portfolios, consisting of certain shares from SBI 20, DAX 30 and XMI indices. A method of testing these models is described.

The results show that for daily VaR forecasts historical simulation models exhibit best performance, for 10-day forecasts Gumbel's linear VaR model performs best, while for monthly and quarterly forecasts, all the tested models were proven to be unreliable.

Keywords: portfolio analysis, Value-at-Risk, backtest.

Math. Subj. Class. (2010): 91B30 Risk theory, insurance,
91B84 Economic time series analysis.

Zanesljivost VaR modelov v izjemnih okoliščinah
(Reliability of VaR models in extreme circumstances)
program diplomskega dela

Nestanovitnost cen finančnih instrumentov vnaša na trge nestabilnost in spremenljivost pogojev poslovanja. S tem predstavlja tveganje, ki je prisotno na določenem trgu. Finančne organizacije oziroma finančni investitorji velikost tveganja ugotavljajo z merami finančnega tveganja, med katerimi je najbolj poznana t.i. tvegana vrednost ali VaR (ang. Value-at-Risk).

Za izračun VaR-a obstaja veliko metod, ki se razlikujejo v pristopu kot tudi v predpostavkah. Modeli, ki temeljijo na teh metodah, so bili na preizkusu v izjemnih okoliščinah, kakršne je predstavljala svetovna finančna kriza.

V diplomskem delu predstavite osnovne metode za izračun VaR-a in na preteklih podatkih cen delnic iz glavnih indeksov nekaterih borz izvedite test VaR modelov.

Osnovni vir:

1. C. Alexander, *Market Risk Analysis, Volume IV: Value-at-Risk Models*, John Wiley & Sons Ltd, Chichester, 2008.

Mentor:

doc. dr. Drago Bokal

Somentor:

prof. dr. Timotej Jagrič

Kazalo

Uvod **1**

1 Osnovne definicije **3**

1.1 Uvodni pojmi 3

1.1.1 Pojmi iz verjetnosti in statistike 3

1.1.2 Uteži naložb portfelja 5

1.1.3 Donosi in logaritemski donosi 6

1.1.4 Jedrna aproksimacija 8

1.1.5 GARCH model 8

1.2 Definicija tvegane vrednosti 10

2 VaR metode **13**

2.1 Parametrične linearne metode 13

2.1.1 Izpeljava izraza 15

2.1.2 Skaliranje VaR-a na različne napovedne horizonte 15

2.1.3 Normalni linearni VaR 18

2.1.4 Studentov t linearni VaR 19

2.1.5 Gumbelov linearni VaR 21

2.1.6 EWMA metodologija 22

2.2 Metode zgodovinske simulacije 24

2.2.1 Skaliranje VaR-a na različne napovedne horizonte 26
2.2.2 Zgodovinski VaR 27
2.2.3 Zgodovinski VaR z eksponentno uteženimi verjetnostmi donosov 28
2.2.4 Zgodovinski VaR s prilagojeno nestanovitnostjo 29
2.2.5 Filtrirano zgodovinsko simuliran VaR 30
2.2.6 Zgodovinski VaR aproksimiran z jedrom 31
2.2.7 Zgodovinski VaR aproksimiran s Cornish-Fisherjevo razširitvijo 31
2.3 Monte Carlo metode 32
2.3.1 Enostavna Monte Carlo metoda 33
2.3.2 Monte Carlo simuliran normalni linearni VaR 35

3 Testiranje VaR modelov **37**
3.1 Zgodovinski test 37
3.2 Predstavitev podatkov in parametri modelov 42
3.3 Komentar k VaR modelom 45
3.4 Analiza rezultatov zgodovinskih testov 50
3.4.1 Parametrični linearni modeli 50
3.4.2 Modeli zgodovinske simulacije 55
3.4.3 Monte Carlo model 60

4 Sklep **62**

Slovar **65**

Literatura **66**

Priloge **68**

Uvod

Tradicionalna aktivnost bank in drugih finančnih institucij je zavestno prevzemanje finančnih tveganj, njihovo transformiranje in aktivno upravljanje. Primeri propadov finančnih institucij kažejo, kako pomembno je kontroliranje finančnega tveganja. Tveganje je tako že od nekdaj v središču pozornosti finančnih organizacij, potreba po učinkovitejšem spremljanju predvsem tržnih tveganj pa se je pojavila zlasti po letu 1980, ko so se investicijske in komercialne banke širile v svoji aktivi na trgovalne posle. Velike finančne institucije so takrat pričele razvijati interne modele za spremljanje tveganj in njihovo upravljanje. Pomemben model je razvila investicijska banka JP Morgan, ki je temeljil na metodi tvegane vrednosti oziroma na t.i. metodi VaR, predstavljal pa je nadgradnjo standardne teorije upravljanja s portfelji. Javna objava poenostavljene različice modela, poimenovane RiskMetrics™, leta 1994 in prost dostop do njihove baze podatkov na spletu sta botrovali k naglemu razmahu metode tvegane vrednosti. Mnogi so ta model prevzeli ali razvili podobnega in tvegana vrednost se je v nekaj letih iz skoraj neznanke prelevila v najbolj razširjeno mero tveganja.

VaR meri potencialno izgubo vrednosti portfelja v določenem prihodnjem časovnem obdobju pri izbrani stopnji zaupanja. Izračunamo ga na podlagi nestanovitnosti vrednosti naložb in korelacij med naložbami portfelja, kar lahko storimo po različnih metodah, ki se razlikujejo v pristopu kot tudi v predpostavkah. Delimo jih v tri skupine: parametrične linearne metode, metode zgodovinske simulacije in Monte Carlo metode.

VaR vrednost ni točno določena, saj različne metode vrnejo različne vrednosti. Če predpostavke metod ne odsevajo dejanskega stanja, lahko VaR daje napačne ocene tveganja. VaR modele je zato potrebno statistično testirati za nazaj (zgodovinski test), da se ugotovi njihova natančnost.

Namen diplomskega dela je predstaviti različne VaR metode in na njih temelječe modele testirati na realnih podatkih. Poudarek tako ni na sami definiciji VaR-a, njegovih prednostih in slabostih, temveč na različnih pristopih k izračunu tvegane vrednosti. Modeli, ki temeljijo na predstavljenih metodah, so implementirani v programskem jeziku Matlab in testirani za nazaj na podatkih cen delnic portfeljev, sestavljenih iz nekaterih delnic slovenskega indeksa SBI 20, nemškega indeksa DAX 30 in ameriškega indeksa XMI. Posebna pozornost je na primerjavi zanesljivosti VaR modelov v času umirjenih, nekriznih razmer na trgih in v času finančne krize. Cilj diplomskega dela je ugotoviti, ali tržne razmere vplivajo na zanesljivosti VaR modelov.

Diplomsko delo je sestavljeno iz treh glavnih sklopov. V prvem poglavju so predstavljeni pojmi, potrebni za razumevanje tematike. Najprej so zapisane definicije nekaterih pojmov iz verjetnosti in statistike, nato je predstavljena teorija donosov in logaritemskih donosov, sledi pa še strnjena predstavitev simetričnega GARCH(1,1) modela, ki se uporablja v nekaterih VaR metodah. Poglavje zaključimo z definicijo tvegane vrednosti. V drugem poglavju so predstavljene metode za izračun VaR-a. Najprej so predstavljene parametrične linearne metode, nato metode zgodovinske simulacije in na koncu še Monte Carlo metode. Izpeljani so izrazi ali opisani postopki, po katerih izračunamo VaR. Ti izrazi so zapisani na ravni portfelja, sestavljenega iz n naložb, saj imamo takšno situacijo v tretjem delu, ko testiramo VaR modele. V tretjem poglavju je najprej opisan zgodovinski test, nato so predstavljeni podatki in parametri, s katerimi testiramo implementirane VaR modele in na koncu so rezultati interpretirani. Rezultati so zapisani v prilogah.

Poglavje 1

Osnovne definicije

Koncept tvegane vrednosti in metodologije na tem področju imajo osnove v teoriji verjetnosti in statistike. To diplomsko delo predvideva, da so bralcu osnovni pojmi s tega področja znani. Zaradi doslednosti so definicije nekaterih pojmov vseeno zapisane v prvem podpoglavju. Nestanovitnost ocenjujemo na donosih posameznih naložb in donosih portfelja, zato jih podrobneje predstavimo. Za lažje razumevanje kompleksnejših VaR metod, ki uporabljajo naprednejše tehnike, so opisane tudi njihove osnove. Na koncu je vpeljan še osrednji pojem diplomskega dela, *metoda tvegane vrednosti* oziroma *metoda VaR* (ang. Value-at-Risk, kratica VaR).

1.1 Uvodni pojmi

1.1.1 Pojmi iz verjetnosti in statistike

V splošnem so pojmi iz verjetnosti in statistike definirani na naključnih spremenljivkah. VaR metode, obravnavane v tem diplomskem delu, temeljijo na zgodovinskih podatkih, na časovnih vrstah donosov naložb portfeljev. Zato naslednji pojmi niso zapisani v obliki standardnih, verjetnostnih definicij, temveč za podatke n realizacij naključnih spremenljivk, s statističnim pristopom in na način, kot so kasneje uporabljeni.

Naj bodo $x_1, \ldots, x_n$ podatki vzorca naključne spremenljivke X.

Definicija 1.1 *Povprečje je njihova aritmetična sredina*

$$\mu = \overline{x} = n^{-1} \sum_{i=1}^{n} x_i. \tag{1.1}$$

Definicija 1.2 *Varianca je mera razpršenosti, ki se izračuna po izrazu*

$$\sigma^2 = n^{-1} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})^2, \tag{1.2}$$

standardni odklon pa je njen kvadratni koren

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}. \tag{1.3}$$

Naj bodo še $y_1, \ldots, y_n$ podatki vzorca naključne spremenljivke Y.

Definicija 1.3 *Kovarianca med naključnima spremenljivkama X in Y je mera njune kovariabilnosti, ki se izračuna po izrazu*

$$\sigma_{XY} = n^{-1} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})(y_i - \overline{y}). \tag{1.4}$$

Definicija 1.4 *Variančno-kovariančna matrika vektorja naključnih spremenljivk $\{X_1, \ldots, X_n\}$ je matrika*

$$\begin{bmatrix} \sigma^2_{X_1} & \sigma_{X_1 X_2} & \ldots & \sigma_{X_1 X_n} \\ \sigma_{X_2 X_1} & \sigma^2_{X_2} & \ldots & \sigma_{X_2 X_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{X_n X_1} & \sigma_{X_n X_2} & \ldots & \sigma^2_{X_n} \end{bmatrix}, \tag{1.5}$$

kjer je $\sigma^2_{X_i}$ varianca naključne spremenljivke X_i, $\sigma_{X_i X_j}$ pa kovarianca med naključnima spremenljivkama X_i in X_j.

Definicija 1.5 *Asimetrija je tretji standardizirani centralni moment naključne spremenljivke X*

$$\tau = \frac{E\left([X - \mu]^3\right)}{\sigma^3} = \frac{n^{-1} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})^3}{\left(\sqrt{n^{-1} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})^2}\right)^3}. \tag{1.6}$$

Definicija 1.6 *Sploščenost je četrti standardizirani centralni moment naključne spremenljivke X*

$$\kappa = \frac{E\left([X-\mu]^4\right)}{\sigma^4} = \frac{n^{-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^4}{\left(n^{-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2\right)^2}. \tag{1.7}$$

Ekscesno sploščenost dobimo, če od nje odštejemo 3.

Definicija 1.7 *Naključna spremenljivka X ima stabilno porazdelitev, če je vsota h neodvisnih kopij X-a naključna spremenljivka z enako porazdelitvijo. Natančneje, naključna spremenljivka X ima ξ-stabilno porazdelitev, če velja*

$$\sum_{i=1}^{h} X_i \stackrel{d}{=} h^{1/\xi}X, \quad za\,\xi \in (0,2], \tag{1.8}$$

kjer $\stackrel{d}{=}$ pomeni 'ima enako porazdelitev' in $\{X_1,\ldots,X_n\}$ so neodvisne kopije X-a.

ξ^{-1} imenujemo *skalirni eksponent* stabilne porazdelitve. Primer stabilne porazdelitve je normalna porazdelitev, ki ima skalirni eksponent $\xi^{-1}=\frac{1}{2}$.

1.1.2 Uteži naložb portfelja

Imejmo portfelj, sestavljen iz n naložb in označimo ceno i-tega vrednostnega papirja v času t s p_{it}. V vsaki naložbi imejmo investiran določen kapital, tako da je število vrednostnih papirjev v določeni naložbi zaznamovano s številom n_i.

Definicija 1.8 *Vrednost portfelja v času t je vsota produktov cen posameznih vrednostnih papirjev z njihovim številom v naložbah portfelja*

$$P_t = \sum_{i=1}^{n} n_i p_{it}. \tag{1.9}$$

Definicija 1.9 *Utež naložbe v času t je delež kapitala, investiranega v portfelju v tej naložbi*

$$w_{it} = \frac{n_i p_{it}}{P_t}. \tag{1.10}$$

Cene posameznih vrednostnih papirjev se s časom spreminjajo. Če imamo fiksen portfelj, v katerem se število vrednostnih papirjev ne spreminja, se zato s časom spreminjajo uteži naložb portfelja.

1.1.3 Donosi in logaritemski donosi

Dobiček in izguba (P&L) naložbe portfelja je sprememba vrednosti naložbe v nekem časovnem obdobju. Poda nam informacijo v absolutni obliki, v denarni merski enoti ustrezne valute. Vendar lahko ima enaka absolutna sprememba zelo različna pomena pri različnih vrednostih naložb. Dnevni dobiček 1€ pri naložbi vredni 10€ ima drugačen pomen kot enak dnevni dobiček pri naložbi vredni 1000€. Boljšo informacijo o spremembi vrednosti dajo relativne spremembe oziroma *donosi* (ang. returns).

Privzemimo, da je vrednost naložb vedno pozitivna in zanemarimo morebitne vmesne denarne tokove (npr. dividende pri delnicah).

Definicija 1.10 *Donos je razmerje med spremembo vrednosti v opazovanem obdobju in vrednostjo na začetku.*

h-dnevni donos portfelja v času t je torej

$$R_{ht} = \frac{P_t - P_{t-h}}{P_{t-h}}, \tag{1.11}$$

dnevnega označimo kar z R_t.

V nadaljevanju bomo uporabljali povprečje h-dnevnih donosov, kar označimo z μ_h in varianco ter standardni odklon h-dnevnih donosov, kar označimo z σ_h^2 oziroma σ_h.

VaR metode lahko izračunamo na podatkih o dobičkih in izgubah (P&L) naložb portfelja ali na podatkih o donosih portfelja. V ustrezni obliki je nato podana tudi VaR vrednost. Med absolutnimi in relativnimi spremembami pa velja enostavna zveza, saj je dobiček in izguba (P&L) v času t enaka donosu v času t, pomnoženim z vrednostjo na začetku obdobja opazovanja sprememb. Za portfelj lahko to zapišemo z

$$P_t - P_{t-h} = R_{ht} \cdot P_{t-h}. \tag{1.12}$$

Zato bomo v nadaljevanju diplomskega dela raje obravnavali relativne spremembe vrednosti naložb portfelja, če bi bilo potrebno VaR vrednost portfelja v času t izraziti v absolutni obliki, pa je potrebno samo ustrezno množenje z vrednostjo portfelja.

Definicija 1.11 *Logaritemski donos*[1] *(ang. log return) je logaritem iz kvocienta vrednosti na koncu opazovanega obdobja in vrednosti na začetku.*

[1]Izhaja iz teorije donosov v zveznem času.

h-dnevni logaritemski donos portfelja v času t je torej

$$r_{ht} = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-h}}\right), \tag{1.13}$$

dnevnega označimo kar z r_t. Iz razvoja funkcije $\ln(1+x)$ v vrsto sledi, da je $\ln(1+x) \approx x$ za majhne x. Za majhne donose lahko to aproksimacijo uporabimo pri zvezi med donosi in logaritemskimi donosi

$$r_{ht} = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-h}}\right) = \ln\left(\frac{P_t - P_{t-h}}{P_{t-h}} + 1\right) \approx \frac{P_t - P_{t-h}}{P_{t-h}} = R_{ht}. \tag{1.14}$$

Donosa sta približno enaka, zato lahko enega aproksimiramo z drugim. Aproksimacija se v praksi pogosto uporablja za dnevne donose (Alexander 2008a, 23).

V analizi tržnega tveganja pogosto obravnavamo tveganje za več različnih obdobij (dan, teden, mesec, kvartal, ...). Zato izpeljimo uporabno zvezo med logaritemskimi donosi različnih obdobij. Iz definicije logaritemskih donosov in lastnosti logaritma sledi

$$\begin{aligned} r_{ht} = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-h}}\right) &= \ln P_t - \ln P_{t-h} = \qquad (1.15)\\ &= \ln P_t + [-\ln P_{t-1} + \ln P_{t-1}] + [-\ln P_{t-2} + \ln P_{t-2}] + \dots \\ &\quad +[-\ln P_{t-h+1} + \ln P_{t-h+1}] - \ln P_{t-h} = \\ &= [\ln P_t - \ln P_{t-1}] + [\ln P_{t-1} - \ln P_{t-2}] + \dots + [\ln P_{t-h+1} - \ln P_{t-h}] = \\ &= r_t + r_{t-1} + \dots + r_{t-h+1} = \sum_{i=0}^{h-1} r_{t-i}. \end{aligned}$$

h-dnevni logaritemski donos je vsota h zaporednih dnevnih donosov. To je zelo uporabna lastnost in je glavni razlog, da pri analizi finančnih časovnih vrst na dnevnih podatkih raje kot z donosi delamo z njihovimi približki, logaritemskimi donosi (Alexander 2008b, 100).

Portfelj je sestavljen iz različnih naložb. V nekaterih VaR metodah obravnavamo donose posameznih naložb, donos portfelja pa nato izračunamo kot uteženo vsoto donosov naložb, kjer so uteži podane na začetku opazovanega obdobja

$$R_{ht} = \sum_{i=1}^{n} w_i R_{ht,i}. \tag{1.16}$$

Ta zveza velja za vse portfelje, razen tiste, ki vsebujejo opcije in njim podobne finančne instrumente (Alexander 2008c, 4). Torej velja tudi za portfelje delnic, ki jih uporabimo v testiranju VaR modelov v tretjem delu. Portfelje, za katere ta zveza velja, imenujemo *linearni portfelji* in za njih zvezo dokažimo. Zaradi preglednosti tokrat izpustimo splošno časovno oznako t in z 0 označimo vrednosti na začetku in s h vrednosti na koncu opazovanega obdobja.

$$\sum_{i=1}^{n} w_i R_{h,i} = \sum_{i=1}^{n} \frac{n_i p_{0,i}}{P_0} \frac{p_{h,i} - p_{0,i}}{p_{0,i}} = \frac{1}{P_0} \sum_{i=1}^{n} n_i (p_{h,i} - p_{0,i}) = \tag{1.17}$$

$$= \frac{1}{P_0} \left(\sum_{i=1}^{n} n_i p_{h,i} - \sum_{i=1}^{n} n_i p_{0,i} \right) = \frac{P_h - P_0}{P_0} = R_h.$$

1.1.4 Jedrna aproksimacija

Namen jedrnih aproksimacij je poiskati prilegajočo krivuljo iz vzorca, ki najustrezneje predstavlja gostoto porazdelitve ustrezne naključne spremenljivke. Iz vzorčne gostote porazdelitve poskušamo čimbolje opisati populacijsko gostoto porazdelitve. Za vzorec $\{x_1, \ldots, x_n\}$ naključne spremenljivke X je jedrna aproksimacija gostote porazdelitve $p_X(x)$ definirana kot

$$\hat{f}_h(x) = (nh)^{-1} \sum_{i=1}^{n} K(u), \quad u = \frac{x - x_i}{h}, \tag{1.18}$$

kjer je K *jedrna funkcija* in h širina celic (ang. bandwidth, ekvivalentno širinam celic v histogramu). Naloga jedrne aproksimacije je najti optimalno vrednost za širino celic h. Kadar za jedrno funkcijo uporabimo gostoto normalne porazdelitve, aproksimacijo gostote porazdelitve naključne spremenljivke X imenujemo *Gaussovo jedro*.

1.1.5 GARCH model

GARCH (ang. generalized autoregressive conditional heteroscedasticity) je regresijski model, s katerim opišemo *pogojno varianco* (ang. conditional variance) časovnih vrst. Za razliko od *brezpogojne variance*, ki jo izračunamo na podatkih po izrazu (1.2) in je konstantna skozi celotno obdobje podatkov, je pogojna varianca v nekem trenutku odvisna od podatkov do takrat. Upošteva dinamične lastnosti podatkov, tako da smatra njihovo porazdelitev, v vsakem trenutku časovne vrste, odvisno od informacij do takrat (množico, ki vsebuje vse informacije do vključno časa t, imenujemo *informacijska množica*, označimo jo z I_t). Pogojna varianca se torej s časom spreminja.

Simetrični GARCH model (Bollerslev 1986) predpostavlja, da je odziv pogojne variance na negativne tržne šoke (večja odstopanja od povprečnega donosa) enak kot odziv na pozitivne šoke z enako jakostjo. Dinamično spreminjanje pogojne variance je v simetričnem GARCH(1,1) modelu[2] opisano z izrazom (Gujarati 2004, 862)

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2. \tag{1.19}$$

Parameter α meri občutljivost pogojne variance na tržne šoke. Ko je velik (nad 0,1), je pogojna varianca zelo odzivna na odstopanja. Parameter β meri dolgoročen vpliv dogodkov na pogojno varianco. Velika vrednost (nad 0,9) pomeni, da veliko odstopanje poveča varianco dlje časa. Parameter ω predstavlja konstanto, ki se nanaša na dolgoročno povprečno varianco. ε_t označuje *inovacijo*, za katero je predpostavljeno, da sledi pogojnemu normalnemu procesu s povprečjem 0 in časovno spremenljivo pogojno varianco

$$\varepsilon_t | I_{t-1} \sim N(0, \sigma_t). \tag{1.20}$$

Za opisovanje časovnih vrst finančnih donosov ponavadi inovacije opišemo z odklonom donosa v času t od povprečnega donosa

$$\varepsilon_t = r_t - \overline{r}. \tag{1.21}$$

Da je pogojna varianca v simetričnem GARCH(1,1) modelu vedno končna in pozitivna, morajo parametri zadoščati naslednjim pogojem

$$\omega > 0, \quad \alpha, \beta \geq 0, \quad \alpha + \beta < 1. \tag{1.22}$$

Ob odsotnosti tržnih šokov se GARCH varianca ustali pri fiksni vrednosti $\bar{\sigma}^2$, ki jo imenujemo *brezpogojna varianca GARCH modela*[3]. V simetričnem GARCH(1,1) modelu je njena vrednost

$$\bar{\sigma}^2 = \frac{\omega}{1 - (\alpha + \beta)}. \tag{1.23}$$

Parametre GARCH modela izračunamo z *metodo največjega verjetja* (ang. maximum likelihood estimation) in so optimalni glede na podatke.

[2] Splošna oblika je GARCH(p,q); v tem diplomskem delu bomo potrebovali le GARCH(1,1) model.

[3] Njena vrednost se nanaša na dolgoročno povprečno pogojno varianco in nima povezave z običajno brezpogojno varianco.

1.2 Definicija tvegane vrednosti

Mera tržnega tveganja (ang. market risk metric) je mera negotovosti bodočih vrednosti portfelja. Poda informacijo, kolikšnemu tveganju je premoženje izpostavljeno. Dandanes večina finančnih institucij uporablja katero izmed oblik tvegane vrednosti (VaR) za mero tveganja, čeprav je deležna tudi veliko kritik (Alexander 2008c, 1).

VaR meri potencialno izgubo vrednosti portfelja v določenem prihodnjem časovnem obdobju pri izbrani stopnji zaupanja. Glavne prednosti metode VaR pred ostalimi merami tveganja so, da VaR lahko poda informacijo o izpostavljenosti tveganjem v obliki ene številke na različnih ravneh, od posameznih portfeljev, do celotne finančne institucije. Uporabljen je lahko za različne portfelje in omogoča primerjavo izpostavljenosti tveganjem med različnimi portfelji. Omogoča hkratno upoštevanje raznovrstnih dejavnikov tveganja. Uporabimo ga lahko tudi za merjenje nekaterih ostalih tveganj, ne samo tržnega (npr. kreditno, likvidnostno tveganje). VaR je deležen tudi veliko kritik (kar podrobno opiše Dowd (2005, 11–14)).

Splošna definicija VaR-a se glasi

Definicija 1.12 $100\alpha\%$ *h-dnevni VaR predstavlja največjo izgubo, ki se lahko zgodi s stopnjo zaupanja* $1-\alpha$ *v obdobju h dni ob nespremenjenem portfelju.*

Če hočemo poudariti čas napovedi tvegane vrednosti, uporabljamo oznako $\mathrm{VaR}_{t;h;\alpha}$, sicer pa oznako $\mathrm{VaR}_{h;\alpha}$.

VaR je torej mera tveganja za izgubo vrednosti premoženja. Osnovana je na verjetnosti, zato se nanjo ne moremo zanašati zagotovo, ampak moramo nanjo gledati s stopnjo zaupanja, ki jo izberemo vnaprej. Bodočih sprememb vrednosti portfelja namreč ne moremo obravnavati kot gotovih, saj so cene vrednostnih papirjev portfelja naključne spremenljivke. Ko ocenimo VaR portfelja, smo z določeno gotovostjo prepričani, da izguba ne bo večja od te ocene. Če je na primer 5% dnevni VaR, ki ustreza 95% stopnji zaupanja, ocenjen na 100.000€, to pomeni, da je v času enega dneva samo 5% možnosti, da bo izguba vrednosti večja od 100.000€. Z večjo izgubo, kot jo predstavlja 5% dnevni VaR, se bomo soočili v 5% dnevov, oziroma en dan izmed dvajsetih.

VaR ima dva osnovna parametra

- *stopnja zaupanja* $1 - \alpha$ (oziroma *stopnja tveganja* α) in
- *napovedni horizont* h.

Stopnja zaupanja $1 - \alpha$ je odvisna od namena ocene tvegane vrednosti ter od naklonjenosti tveganju. Večja nenaklonjenost zahteva uporabo višje stopnje zaupanja in obratno. Glede na Basel II regulativo, morajo banke, ki uporabljajo interni VaR model za določanje kapitalske zahteve za tržna tveganja, uporabljati 99% stopnjo zaupanja (Alexander 2008c, 14). Drugi pogosto uporabljeni stopnji sta še 5% in 10%.

Napovedni horizont h je časovno obdobje, merjeno v trgovalnih dneh raje kot v koledarskih dneh, za katero VaR merimo. Odvisen je od namena ocene tvegane vrednosti in od likvidnosti trga. Glede na likvidnost ga je potrebno prilagoditi času, potrebnem za likvidacijo finančnih instrumentov portfelja na trgu. Po Baslu II je napovedni horizont internih VaR modelov 10 dni (Alexander 2008c, 14). Druga pogosto uporabljena obdobja so še dan, teden (5 trgovalnih dni), mesec (25 trgovalnih dni) in kvartal (65 trgovalnih dni).

VaR izračunamo na podlagi nestanovitnosti vrednosti naložb in korelacij med naložbami portfelja. Bolj nestanovitne so, večja je verjetnost izgube in zato večja ocena tvegane vrednosti. Na podlagi preteklega gibanja vrednosti ocenimo njihovo prihodnje gibanje. Ker pa se razmere na trgih spreminjajo, je pomembno *obdobje opazovanja* (ang. observation period), to je obdobje zgodovinskih podatkov, ki jih uporabimo v izračunu VaR vrednosti. Različna obdobja podajo različno oceno nestanovitnosti in zato različno VaR vrednost. Pogosto uporabljeno obdobje je obdobje zadnjega leta (250 trgovalnih dni), kar je tudi minimalno zahtevano obdobje po Baslu II (Alexander 2008c, 128).

VaR lahko izrazimo v dveh oblikah

- *absolutno*, to je v denarni merski enoti ustrezne valute ali
- *relativno*, to je kot relativen delež glede na celotno vrednost portfelja.

Osnova za absolutno izražen VaR so dobički in izgube (P&L) naložb portfelja, za relativno izražen VaR pa donosi naložb portfelja. Zveza med njimi in tudi med različnima oblikama VaR vrednosti je bila razložena že v podpoglavju 1.1.3, kjer je razloženo tudi, da se v nadaljevanju raje osredotočimo na relativno obliko, saj zlahka pridemo do absolutne.

VaR izračunamo na podlagi nestanovitnosti vrednosti naložb in korelacij med naložbami portfelja, ki jih dobimo iz zgodovinskih podatkov. Zanima nas verjetnost izgub, zato si pomagamo z verjetnostno porazdelitvijo donosov portfelja, predvsem z levim repom gostote porazdelitve. VaR v času t zato formalno predstavlja α kvantil porazdelitve donosov portfelja, z nasprotnim predznakom. To je tak $x_{ht;\alpha}$, da velja

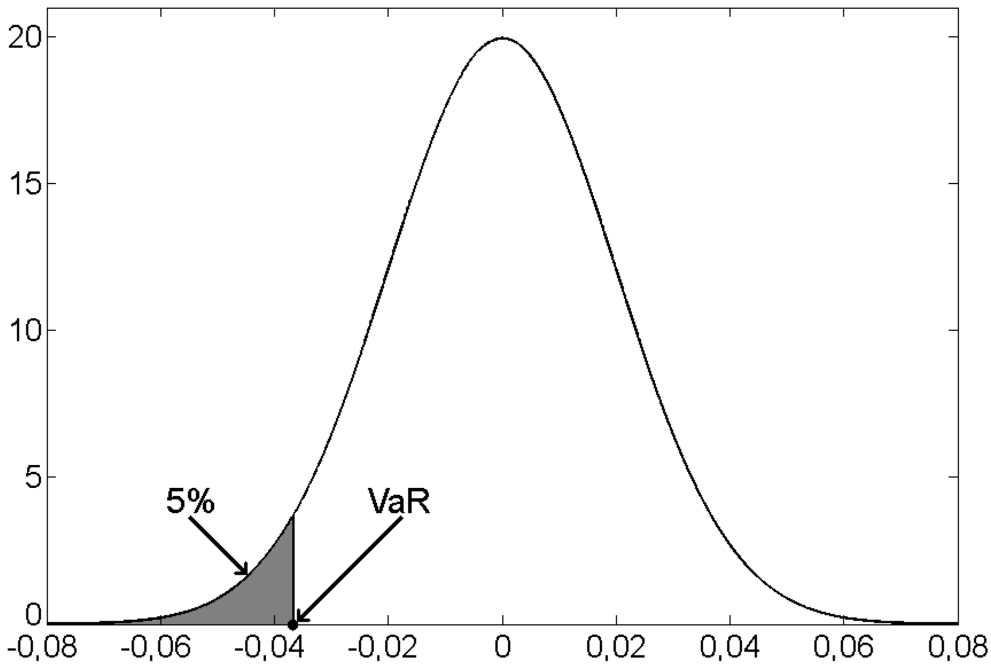
$$P(\frac{P_{t+h} - P_t}{P_t} < x_{ht;\alpha}) = \alpha. \tag{1.24}$$

$100\alpha\%$ h-dnevni VaR je torej

$$\mathrm{VaR}_{t;h;\alpha} = \begin{cases} -x_{ht;\alpha}, & \text{v relativni obliki ali} \\ -x_{ht;\alpha}P_t, & \text{v absolutni obliki.} \end{cases} \tag{1.25}$$

Na sliki 1.1 je nazorno prikazan 5% VaR na grafu gostote porazdelitve hipotetičnih donosov portfelja.

Slika 1.1: 5% VaR na grafu gostote porazdelitve donosov portfelja



Vir: Lasten prikaz

Poglavje 2

VaR metode

Metode za izračun VaR-a lahko razdelimo v tri skupine

- parametrične linearne metode,
- metode zgodovinske simulacije in
- Monte Carlo metode.

Razlika med njimi je v pristopu, s katerim obravnavajo porazdelitev donosov. Parametrične linearne metode predpostavijo vrsto porazdelitve, zgodovinske simulacije izračunajo VaR neposredno na opazovani porazdelitvi, Monte Carlo metode pa simulirajo porazdelitev glede na njeno predpostavljeno obliko.

Izpeljava izraza za izračun VaR-a in skaliranje VaR-a na različne napovedne horizonte v naslednjih podpoglavjih sta zaradi preglednosti napisani na ravni portfelja kot celote, ob enostavnih predpostavkah. Ker v tretjem delu diplomskega dela testiramo VaR modele na podatkih dnevnih cen portfelja delnic, so izrazi za izračun VaR-a pri posameznih metodah zapisani na ravni portfelja, sestavljenega iz n naložb v različne vrednostne papirje. Vpliv posameznega nabora vrednostnih papirjev na VaR je upoštevan z utežjo w_i. V izrazih tako VaR izračunamo na dnevni ravni in ga skaliramo na drugi napovedni horizont h.

2.1 Parametrične linearne metode

Parametrične linearne metode so primerne le za linearne portfelje, to je portfelje, katerih donos je linearna funkcija donosov naložb portfelja. Portfelji delnic so linearni, niso pa to portfelji, ki vsebujejo opcije. Za donose naložb portfelja se predpostavi, da imajo večrazsežno porazdelitev, zato z variančno-kovariančno matriko povsem opišemo nestanovitnost posameznih in povezanost med različnimi naložbami. h-dnevna variančno-kovariančna matrika je torej osrednji pojem parametričnih metod. Z njo zajamemo zmanjšanje tveganja, ki ga prinaša diverzifikacija portfelja in iz nje izračunamo varianco donosov portfelja. Skupaj s predpostavko oblike porazdelitve donosov, njihovimi povprečji in parametri VaR metode, lahko VaR izračunamo neposredno, po izrazu (npr. glej (2.8)). Ta analitični izraz je prednost parametričnih metod pred ostalimi, saj omogoča izračun VaR-a tudi za poljubno določene parametre, ki niso pridobljeni iz zgodovinskih podatkov. To je uporabno za testiranje portfeljev s stresnimi scenariji (t.i. stres test).

Za izračun VaR-a s parametričnimi metodami potrebujemo pričakovano vrednost $E(r_h)$ in varianco $V(r_h)$ bodočih h-dnevnih donosov portfelja. Izrazimo ju s pričakovanimi vrednostmi in variančno-kovariančno matriko donosov posameznih naložb portfelja, pomnoženo z njihovimi utežmi[1]

$$E(r_h) = w' \left(E(r_{1h}), \ldots, E(r_{nh}) \right), \tag{2.1}$$

$$V(r_h) = w' V_h w. \tag{2.2}$$

V izračunu varianc in kovarianc iz zgodovinskih podatkov imajo pozitivni in negativni odkloni od povprečja enak vpliv na oceno nestanovitnosti (nastopajo enakovredno v izrazih (1.2) in (1.4)). Na trgih je sicer opazna lastnost, da večjim negativnim donosom sledi obdobje povečane nestanovitnosti, pozitivni donosi, z enako magnitudo, pa trge razburkajo v manjši meri. Za upoštevanje tega v izračunu VaR-a so potrebne definicije posebnih mer tveganja ali uporaba zapletenih tehnik, ki parametrične linearne metode zapletejo in presegajo namen tega diplomskega dela. Predpostavka predstavljenih parametričnih metod je zato, da imajo negativni in pozitivni odkloni od povprečja v zgodovinskih podatkih enak pomen in se lahko v prihodnje zgodijo tudi z nasprotnim predznakom.

[1] V diplomskem delu je za transponiranje matrik in vektorjev uporabljena oznaka M' namesto M^{T}, da ne prihaja do zamenjav, saj se črka T uporablja za časovno indeksiranje.

2.1.1 Izpeljava izraza

VaR predstavlja α kvantil porazdelitve donosov portfelja z nasprotnim predznakom. Privzemimo, da se donosi portfelja porazdeljujejo neodvisno ter enako, in sicer normalno

$$R_h \sim N(\mu_h, \sigma_h). \tag{2.3}$$

Izpeljimo izraz za tvegano vrednost iz α kvantila, $x_{h;\alpha}$, te porazdelitve

$$P(R_h < x_{h;\alpha}) = \alpha \tag{2.4}$$

$$P(\frac{R_h - \mu_h}{\sigma_h} < \frac{x_{h;\alpha} - \mu_h}{\sigma_h}) = \alpha \tag{2.5}$$

$$P(Z < \frac{x_{h;\alpha} - \mu_h}{\sigma_h}) = \alpha. \tag{2.6}$$

Po definiciji standardizirane normalne porazdelitve je $P(Z < \Phi^{-1}(\alpha)) = \alpha$, zato je

$$\frac{x_{h;\alpha} - \mu_h}{\sigma_h} = \Phi^{-1}(\alpha), \tag{2.7}$$

kjer je Φ porazdelitvena funkcija standardne normalne porazdelitve. Sledi

$$\text{VaR}_{h;\alpha} = -\Phi^{-1}(\alpha)\sigma_h - \mu_h. \tag{2.8}$$

2.1.2 Skaliranje VaR-a na različne napovedne horizonte

Napovedni horizont VaR-a je v osnovi določen s časovnim intervalom podatkov. Če imamo podatke o dnevnih donosih, je tudi VaR dneven. S skaliranjem pa ga lahko izračunamo tudi za druge napovedne horizonte. Ponavadi je izračunan na kratkotrajnih donosih, predvsem dnevnih, nato pa ustrezno povečan na daljši napovedni horizont. Skaliramo ob predpostavki, da so donosi neodvisni in enako porazdeljeni ter da je njihova varianca končna. Pri skaliranju se pokaže smiselnost aproksimacije donosov z logaritemskimi donosi, opisane v podpoglavju 1.1.3.

Normalni linearni VaR, za katerega smo izraz izpeljali v prejšnjem podpoglavju, res predpostavlja, da so donosi portfelja neodvisni in enako porazdeljeni, s končno varianco. Če smo imeli podatke dnevnih donosov in smo jih aproksimirali z logaritemskimi donosi, potem je

- h-dnevno povprečje enako $h\times$ dnevno povprečje, $\mu_h = h\mu_1$,

- h-dnevna varianca enaka $h\times$ dnevna varianca, $\sigma_h^2 = h\sigma_1^2$.

To sledi iz lastnosti, da je h-dnevni logaritemski donos enak vsoti h zaporednih dnevnih logaritemskih donosov in da je vsota normalno porazdeljenih naključnih spremenljivk spet normalno porazdeljena naključna spremenljivka. Potem je namreč h-dnevni logaritemski donos normalno porazdeljen s povprečjem $\mu_h = h\mu_1$ in standardnim odklonom $\sigma_h = \sqrt{h}\sigma_1$.

Če aproksimiramo še h-dnevne donose s h-dnevnimi logaritemskimi donosi, lahko sklepamo, da so normalno porazdeljeni, izpeljani izraz za izračun h-dnevne tvegane vrednosti pa je

$$\mathrm{VaR}_{h;\alpha} \approx -\Phi^{-1}(\alpha)\sigma_1\sqrt{h} - \mu_1 h. \tag{2.9}$$

Aproksimacija h-dnevnih donosov z logaritemskimi h-dnevnimi donosi je dobra, ko je h majhen. Ko se h veča, se veča tudi nenatančnost aproksimacije in zato se veča tudi možnost morebitne nepravilne ocene tvegane vrednosti.

Temu načinu izračuna h-dnevnega VaR-a na donosih, ki imajo drugačno časovno podlago, pravimo *pravilo kvadratnega korena iz časa* (ang. square-root-of-time rule). Skaliranje, ob predpostavki neodvisnih, enako porazdeljenih donosov s končno varianco, s tem pravilom velja za katerokoli bazni časovni interval. Tako bi lahko recimo razširili mesečne donose na letni VaR ali pa jih z ustreznim skalarjem skrčili na dnevni VaR.

Skaliranje VaR-a s kratkotrajnih donosov na zelo dolge napovedne horizonte ni smiselno, saj portfelj skozi čas ne ostaja enak, pa tudi uteži posameznih finančnih instrumentov v portfelju se spreminjajo.

Pogosta poenostavitev modelov je, da so donosi ne samo enako, normalno porazdeljeni, ampak tudi neodvisni. Ampak v večini časovnih vrst različnih finančnih donosov ta predpostavka ni upravičena (Alexander 2008c, 60). Izpustimo torej predpostavko neodvisnosti, ohranimo pa predpostavko enakosti porazdelitev donosov, in upoštevajmo avtokorelacijo prvega reda ρ, to je korelacijo med zaporednimi logaritemskimi donosi. Ti se potem ravnajo po *avtoregresijskem procesu prvega reda* (AR(1)). Za h-dnevni logaritemski donos v času t vemo, da je vsota zaporednih dnevnih donosov

$$r_{ht} = \sum_{i=0}^{h-1} r_{t-i}. \tag{2.10}$$

Ker so logaritemski donosi enako porazdeljeni, lahko predpostavimo

$$\mu = E(r_{t-i}), \qquad \forall i = 0, \ldots, h-1, \tag{2.11}$$

$$\sigma^2 = V(r_{t-i}), \qquad \forall i = 0, \ldots, h-1. \tag{2.12}$$

Potem je pričakovana vrednost h-dnevnih logaritemskih donosov enaka

$$E(r_{ht}) = \sum_{i=0}^{h-1} E(r_{t-i}) = h\mu, \tag{2.13}$$

torej enaka kot pri neodvisnih, enako porazdeljenih donosih. Skalirni faktor pri povprečju v izrazu za izračun VaR-a ostane enak. Avtokorelacija pa spremeni skaliranje standardnega odklona, saj je varianca h-dnevnega logaritemskega donosa

$$V(r_{ht}) = \sum_{i=0}^{h-1} V(r_{t-i}) + 2\sum_{i \neq j} Cov(r_{t-i}, r_{t-j}) = \tag{2.14}$$

$$= h\sigma^2 + 2\sum_{i \neq j} Cov(r_{t-i}, r_{t-j}) = \sigma^2(h + 2\sum_{i=1}^{h-1}(h-i)\rho^i).$$

V izpeljavi smo upoštevali, da je avtokorelacijska funkcija med točkami oddaljenimi u enot avtoregresijskega procesa prvega reda enaka ρ^u (glej Phillips 2007). Če uporabimo enakost

$$\sum_{i=1}^{n}(n-i+1)x^i = \frac{x}{(1-x)^2}\left[n(1-x) - x(1-x^n)\right], \qquad |x| < 1, \tag{2.15}$$

za vrednosti $x = \rho$ in $n = h-1$, dobimo

$$V(r_{ht}) = \sigma^2\left(h + 2\frac{\rho}{(1-\rho)^2}[(h-1)(1-\rho) - \rho(1-\rho^{h-1})]\right). \tag{2.16}$$

Skalirni faktor za standardni odklon, ko med enako, normalno porazdeljenimi donosi nastopa avtokorelacija prvega reda s koeficientom ρ je torej $\sqrt{\widetilde{h}}$, kjer je

$$\widetilde{h} = h + 2\frac{\rho}{(1-\rho)^2}[(h-1)(1-\rho) - \rho(1-\rho^{h-1})], \tag{2.17}$$

izraz za izračun tvegane vrednosti pa je

$$\mathrm{VaR}_{h;\alpha} = -\Phi^{-1}(\alpha)\sigma_1\sqrt{\widetilde{h}} - \mu_1 h. \tag{2.18}$$

Večji kot je koeficient avtokorelacije in daljši kot je napovedni horizont, večji je vpliv pozitivne avtokorelacije na povečanje tvegane vrednosti. Ta se lahko za dolga časovna obdobja tudi podvoji, glede na predpostavko neodvisnosti donosov. Znaten vpliv ima že majhna avtokorelacija. Negativna avtokorelacija jo zmanjša na podoben način (Alexander 2008c, 62).

Studentova t porazdelitev ni stabilna porazdelitev, zato vsota neodvisnih enako porazdeljenih Studentovih t naključnih spremenljivk ni nujno Studentovo t porazdeljena. Po centralnem limitnem izreku namreč vsota konvergira k normalni naključni spremenljivki, ko se število sumandov povečuje. Podobno tudi Gumbelova porazdelitev ni stabilna. Kljub temu, za kratke napovedne horizonte, tudi pri Studentovem t in Gumbelovem linearnem VaR-u skaliramo s pravilom kvadratnega korena iz časa. Izrazi predstavljajo približke, ki pa so za majhne h dovolj dobri. Za večje h se moramo pri uporabi Studentove t ali Gumbelove porazdelitve zavedati možnosti, da predpostavke verjetno ne veljajo.

2.1.3 Normalni linearni VaR

Normalni linearni VaR je najpreprostejša metoda in poenostavljeno predpostavlja, da so donosi naložb portfelja porazdeljeni večrazsežno normalno. Če predpostavimo še, da so neodvisni in enako porazdeljeni, izraz za izračun VaR-a portfelja izpeljemo zelo podobno kot v podpoglavju 2.1.1 in dobimo

$$\mathrm{VaR}_{h;\alpha} = -\Phi^{-1}(\alpha)\sqrt{w'V_1w}\sqrt{h} - w'\mu_1 h. \tag{2.19}$$

Tvegano vrednost za enako, normalno porazdeljene donose, z upoštevanjem avtokorelacije prvega reda pa izračunamo po izrazu

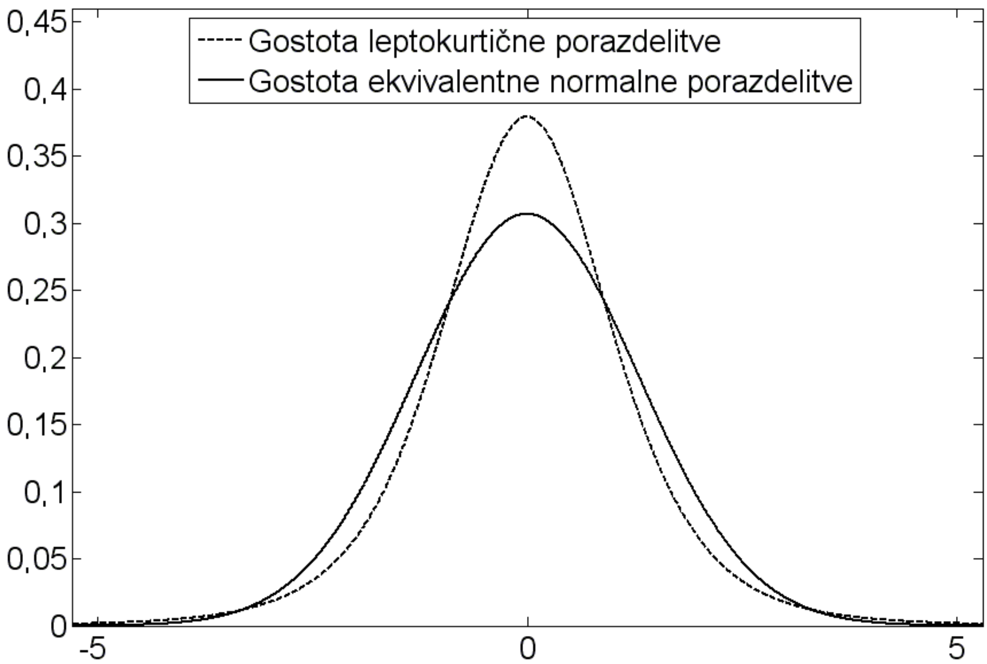
$$\mathrm{VaR}_{h;\alpha} = -\Phi^{-1}(\alpha)\sqrt{w'V_1w}\sqrt{\widetilde{h}} - w'\mu_1 h, \tag{2.20}$$

kjer je $\widetilde{h}$ definiran z (2.17).

2.1.4 Studentov t linearni VaR

Leptokurtična porazdelitev ima gostoto porazdelitve z višjim vrhom in debelejšimi repi, kot normalna porazdelitev z enako varianco (primer je na sliki 2.1). V simetrični, unimodalni porazdelitvi, se kaže v pozitivni ekscesni sploščenosti.

Slika 2.1: Leptokurtična in normalna porazdelitev z enako varianco



Vir: Lasten prikaz

Leptokurtičnost je ena osnovnih 'stilskih dejstev', ki se izkažejo pri analizi empiričnih porazdelitev donosov finančnih sredstev. Vidna je tudi asimetrija gostote porazdelitve donosov, zlasti donosi delnic imajo močno negativno asimetrijo. Za leptokurtične in negativno asimetrične porazdelitve donosov bo normalni linearni VaR podcenjeval tvegano vrednost pri visoki stopnji zaupanja in precenjeval tvegano vrednost pri nizki stopnji zaupanja (Alexander 2008c, 106–107).

Studentova t porazelitev je leptokurtična, zato jo je bolje uporabiti pri predpostavki porazdelitve donosov, ko se tam izkaže značilna pozitivna ekscesna sploščenost. Predpostavka pa je smiselna le za kratke napovedne horizonte, saj se po centralnem limitnem izreku mesečni, oziroma še daljši donosi, porazdeljujejo približno normalno, čeprav se dnevni porazdeljujejo po Studentu t.

Izpeljimo izraz za izračun VaR-a, ko imajo donosi finančnih instrumentov večrazsežno Studentovo t porazdelitev. Ta ima ničelno pričakovano vrednost in ničelno asimetrijo.

Za $\nu > 2$, varianca ni enaka 1, temveč

$$V(T) = \nu(\nu - 2)^{-1}, \tag{2.21}$$

za $1 < \nu \leq 2$ je varianca enaka ∞, sicer pa ni definirana. α kvantil standardne Studentove t porazdelitve označimo s $t_\nu^{-1}(\alpha)$. Ker se kvantili premaknejo z monotono transformacijo[2], je α kvantil standardizirane Studentove t porazdelitve z ν prostostnimi stopnjami (ob pogoju, da je $\nu > 2$), to je Studentove t porazdelitve s povprečjem 0 in varianco 1, enak $\sqrt{\nu^{-1}(\nu-2)}t_\nu^{-1}(\alpha)$. V izrazu za izračun VaR-a bomo torej množili s popravnim koeficientom

$$\sqrt{\nu^{-1}(\nu - 2)}. \tag{2.22}$$

Naj bodo X dnevni donosi, ki imajo standardni odklon σ in povprečje μ. Za izračun Studentovega t linearnega VaR-a zato potrebujemo kvantile *posplošene* Studentove t porazdelitve, to je porazdelitve naključne spremenljivke $X = \mu + \sigma T$, kjer je T standardizirana Studentova t naključna spremenljivka. Število prostostnih stopenj izračunamo iz porazdelitve donosov, tako da poiščemo Studentovo t porazdelitev s parametrom ν, ki se jim najbolj prilega. Če dobimo vrednost $\nu \leq 2$, potem je varianca enaka ∞, ali pa ni definirana in v tem primeru izraza za Studentov t linearni VaR ne moremo izpeljati. Za vrednosti $\nu > 2$ pa z uporabo enakih argumentov kot v podpoglavju 2.1.1, izpeljemo izraz za neodvisne, enako porazdeljene donose in dobimo

$$\mathrm{VaR}_{h;\alpha;\nu} = -\sqrt{\nu^{-1}(\nu-2)}t_\nu^{-1}(\alpha)\sqrt{w'V_1w}\sqrt{h} - w'\mu_1 h. \tag{2.23}$$

Če namesto neodvisnosti donosov upoštevamo avtokorelacijo prvega reda, pa Studentov t linearni VaR izračunamo po izrazu

$$\mathrm{VaR}_{h;\alpha;\nu} = -\sqrt{\nu^{-1}(\nu-2)}t_\nu^{-1}(\alpha)\sqrt{w'V_1w}\sqrt{\widetilde{h}} - w'\mu_1 h, \tag{2.24}$$

kjer je $\widetilde{h}$ definiran z (2.17).

[2] Če ima X porazeliteno funkcijo $F(x)$ in je $Y = aX$, kjer je a konstanta, potem ima Y α kvantil $y_a = ax_a = aF^{-1}(\alpha)$.

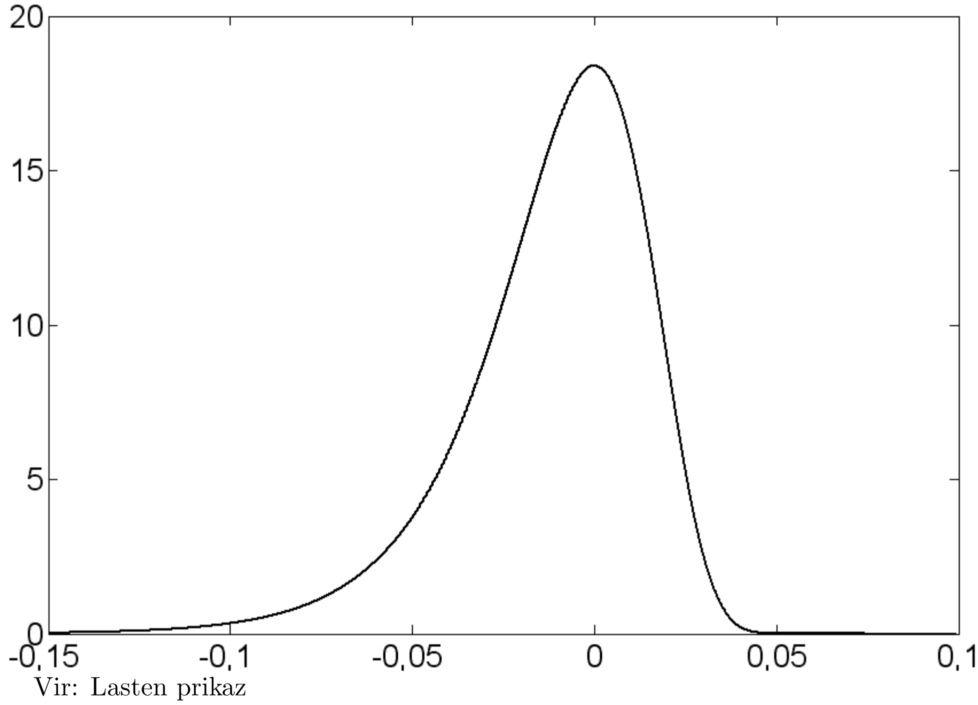
2.1.5 Gumbelov linearni VaR

Sploščenost in hkrati negativno asimetrijo porazdelitve donosov lahko upoštevamo, če predpostavimo, da se porazdeljujejo po Gumbelovi porazdelitvi. To je prva izmed t.i. porazdelitev ekstremnih vrednosti. Določena je z lokacijskim parametrom δ in skalirnim parametrom β. Gostota porazdelitve je

$$p(x) = \sigma^{-1} e^{\frac{x-\delta}{\beta}} e^{-e^{\frac{x-\delta}{\beta}}}, \tag{2.25}$$

oblika njenega grafa pa je neodvisna od parametrov in je prikazana na sliki 2.2.

Slika 2.2: Gostota Gumbelove porazdelitve



Vir: Lasten prikaz

Izpeljimo izraz za izračun VaR-a, ko imajo donosi finančnih instrumentov večrazsežno Gumbelovo porazdelitev. α kvantil standardne Gumbelove porazdelitve izračunamo z inverzom kumulativne porazdelitvene funkcije $F_{0,1}^{-1}(\alpha)$. Varianca standardne Gumbelove porazdelitve ni enaka 1, temveč $\frac{\pi^2}{6}$, povprečna vrednost pa ni 0, temveč nasprotna vrednost Euler-Mascheroni-jeve konstante $\gamma \approx 0,5772156649$. Da lahko izpeljemo izraz za posplošeno porazdelitev donosov, moramo standardno Gumbelovo porazdelitev najprej standardizirati. Zato izračunanemu α kvantilu prištejemo γ (odštejemo $-\gamma$) ter delimo s $\sqrt{\frac{\pi^2}{6}}$ (vemo, da se kvantili premaknejo z monotono transformacijo). Z uporabo enakih argumentov, kot v podpoglavju 2.1.1, izpeljemo izraz za neodvisne enako porazdeljene donose in dobimo

$$\mathrm{VaR}_{h;\alpha} = -\sqrt{\frac{6}{\pi^2}} F_{0,1}^{-1}(\alpha)\sqrt{w'V_1 w}\sqrt{h} - \gamma\sqrt{\frac{6}{\pi^2}}\sqrt{w'V_1 w}\sqrt{h} - w'\mu_1 h. \tag{2.26}$$

Če namesto neodvisnosti donosov upoštevamo avtokorelacijo prvega reda, pa Gumbelov linearni VaR izračunamo po izrazu

$$\mathrm{VaR}_{h;\alpha} = -\sqrt{\frac{6}{\pi^2}} F_{0,1}^{-1}(\alpha)\sqrt{w'V_1 w}\sqrt{\widetilde{h}} - \gamma\sqrt{\frac{6}{\pi^2}}\sqrt{w'V_1 w}\sqrt{\widetilde{h}} - w'\mu_1 h, \tag{2.27}$$

kjer je $\widetilde{h}$ definiran z (2.17).

2.1.6 Izračun variančno-kovariančne matrike z metodo eksponentno uteženih drsečih sredin (EWMA)

V zgornjih izrazih za izračun VaR-a smo uporabili brezpogojno variančno-kovariančno matriko, definirano z izrazom (1.5). V njeni definiciji nastopajo vsi donosi enakovredno, ne glede na to, kdaj so nastopili. Donos, ki je bil na začetku obdobja, upoštevanega v izračunu variančno-kovariančne matrike, ima enak učinek, kot enak donos na koncu obdobja.

Takšna enakomerno utežena sredina je uporabno pri izračunu VaR-a za dolge napovedne horizonte, medtem ko ni ustrezna pri napovedih tvegane vrednosti za kratka obdobja. Kratkotrajne VaR napovedi bi naj odsevale trenutne tržne razmere in ne povprečnih (Alexander 2008c, 121). Pojavlja se namreč *kopičenje nestanovitnosti* (ang. volatility clustering), ko so trgi turbulentni nekaj tednov, preden se vrnejo v normalne okvirje (Alexander 2008b, 115). Zato potrebujemo pogojno oceno nestanovitnosti, ki se bo spreminjala glede na čas napovedi tvegane vrednosti.

Pomanjkljivost enakovredne obravnave donosov se izkaže tudi v samih parametričnih modelih za izračun VaR-a. Tam na določen dan napovedovanja tvegane vrednosti modeli jemljejo določeno število T zadnjih podatkov, to je velikost *drsečega okna podatkov* (ang. rolling window) oziroma obdobja opazovanja. Ko se okno premika skozi čas, se vsak dan doda nov in odstrani najstarejši donos. Pri enakomerno uteženi drseči sredini bo ekstremen donos zelo vplival na oceno nestanovitnosti, dokler bo zajet z oknom. Potem pa bo ocena nenadoma padla, čeprav se na trgu ni zgodilo popolnoma nič. Samo ekstremen donos je padel iz drsečega okna podatkov. Ta *učinek duha* (ang. ghost effect) utemeljuje potrebo po časovni spremenljivosti ocene nestanovitnosti.

JP Morgan je v tehničnem dokumentu RiskMetrics predlagal EWMA metodologijo izračuna variančno-kovariančne matrike. *Eksponentno utežena drseča sredina* (ang. exponentially weighted moving average, kratica EWMA) daje večjo težo nedavnim podatkom. Ko se ekstremni donosi z drsenjem okna pomikajo dlje v preteklost, imajo manjši vpliv v izračunu. S tem se izognemo učinku duha, kratkotrajne VaR napovedi pa odsevajo trenutne tržne razmere.

Variance in kovariance po EWMA metodologiji izračunamo z upoštevanjem eksponentnih uteži pri posameznih donosih. Za donose, oddaljene s časovnih enot v preteklost od dneva VaR napovedi, se upošteva utež λ^s, v izrazu pa ne delimo s številom podatkov T, temveč z vsoto uteži

$$\sum_{s=0}^{T-1} \lambda^s = \frac{1-\lambda^T}{1-\lambda}. \tag{2.28}$$

Kovarianca med dvema naložbama portfelja po EWMA metodologiji je torej (RiskMetrics, 83)

$$\hat{\sigma}_{12,t} = \frac{1-\lambda}{1-\lambda^T} \sum_{i=0}^{T-1} \lambda^i (r_{1,t-i} - \bar{r}_1)(r_{2,t-i} - \bar{r}_2), \qquad 0 < \lambda < 1, \tag{2.29}$$

variančno-kovariančna matrika po EWMA metodologiji pa je matrika ustreznih EWMA varianc in kovarianc

$$\hat{V} = \begin{bmatrix} \hat{\sigma}^2_{X_1} & \hat{\sigma}_{X_1X_2} & \dots & \hat{\sigma}_{X_1X_n} \\ \hat{\sigma}_{X_2X_1} & \hat{\sigma}^2_{X_2} & \dots & \hat{\sigma}_{X_2X_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{\sigma}_{X_nX_1} & \hat{\sigma}_{X_nX_2} & \dots & \hat{\sigma}^2_{X_n} \end{bmatrix}. \tag{2.30}$$

Pred samim izračunom moramo izbrati *konstanto glajenja* (ang. smoothing constant) $0 < \lambda < 1$, zato se rezultati razlikujejo za različne vrednosti. Izbira je ponavadi subjektivna. To je velika pomanjkljivost EWMA metodologije. Manjša konstanta daje večjo reaktivnost na nedavne podatke in manjši vpliv starejših, velika konstanta pa predstavlja majhno reaktivnost in večji vpliv starejših podatkov. RiskMetrics™ priporoča $\lambda = 0,94$ za dnevne in $\lambda = 0,97$ za mesečne variančno-kovariančne matrike.

EWMA metodologija predpostavlja neodvisne, enako porazdeljene donose. Predpostavlja, da je napovedana nestanovitnost konstantna skozi napovedni horizont. Ne predstavlja torej časovno odvisne napovedi nestanovitnosti (to je spremenljive, v odvisnosti od oddaljenosti od časa napovedi), temveč napoved konstantne nestanovitnosti, ki pa je odvisna od trenutka napovedi. Napoved skaliramo na različna obdobja po pravilu kvadratnega korena iz časa.

V zgoraj zapisanih izrazih za izračun parametričnih VaR-ov, kjer so predpostavljeni neodvisni, enako porazdeljeni donosi, bi lahko za večjo natančnost kratkotrajnih napovedi uporabili dnevno variančno-kovariančno matriko, izračunano po EWMA metodologiji s konstanto glajenja $\lambda = 0,94$. Za mesečni napovedni horizont bi uporabili konstanto $\lambda = 0,97$, za ostale napovedne horizonte pa bi vrednosti konstant ustrezno interpolirali.

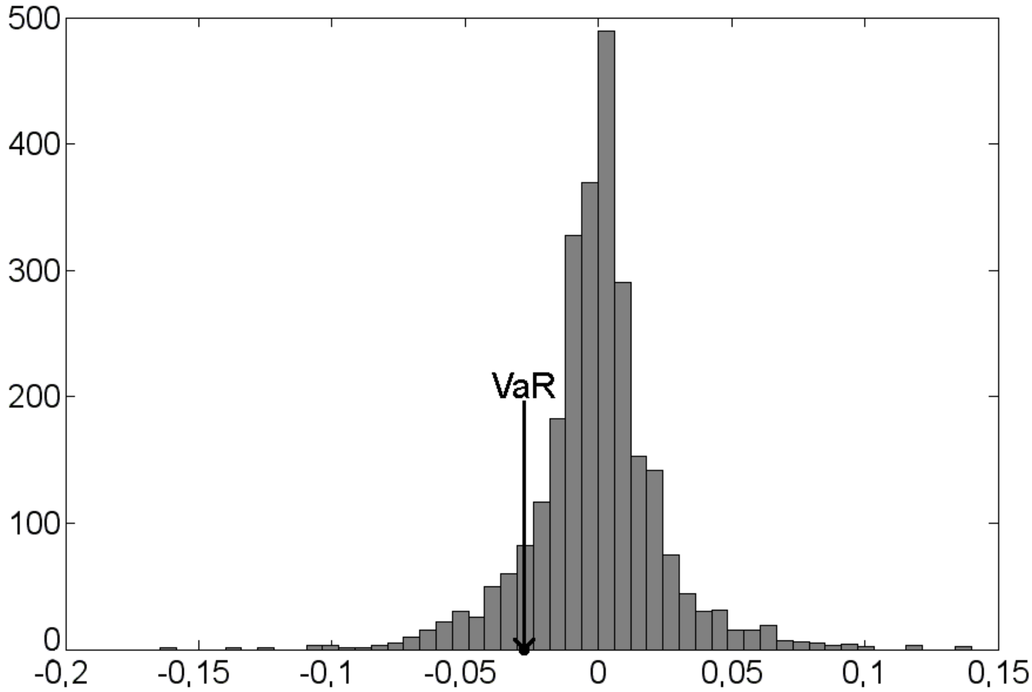
2.2 Metode zgodovinske simulacije

Zgodovinske VaR metode (Boudoukh et al. 1998; Barone-Adesi et al. 1998, 1999) predpostavljajo, da so se vse mogoče prihodnje variacije zgodile v preteklosti in da je zgodovinsko simulirana porazdelitev enaka porazdelitvi donosov v napovednem horizontu. Ni potrebno predpostaviti parametrične oblike porazdelitve, s katero bi opisali donose, potrebno je le privzeti, da so prihodnji donosi povsem opisani s preteklimi. Za korelacije med posameznimi naložbami portfelja ni potrebno računati variančno-kovariančne matrike, o njih sklepamo neposredno iz zgodovinskih podatkov. Metode zgodovinske simulacije torej vsebujejo manj predpostavk od parametričnih ter tudi od Monte Carlo metod in to je njihova glavna prednost. Njihova dobra lastnost je poleg relativno enostavnega pristopa še upoštevanje dejanskega preteklega gibanja vrednosti naložb portfelja in ne preteklih povprečnih nestanovitnosti in korelacij, kot to počnejo parametrične metode. Metode zgodovinske simulacije, za razliko od parametričnih, niso omejene na linearne portfelje.

V osnovni obliki izračunamo zgodovinsko simuliran VaR tako, da iz zgodovinskih podatkov zgradimo h-dnevno porazdelitev donosov portfelja, tvegano vrednost pa nam predstavlja α kvantil te porazdelitve. Primer je na sliki 2.3.

Zaradi enostavnosti metod zgodovinskih simulacij ima velik vpliv glavna omejitev, to je velikost podatkov. Zgodovinski podatki morajo obsegati čim daljše obdobje, sicer je v spodnjem repu porazdelitve donosov premalo točk. VaR, še posebej pri

Slika 2.3: Primer histograma h-dnevne porazdelitve donosov portfelja in pripadajoči 10% zgodovinski VaR



Vir: Lasten prikaz

visoki stopnji zaupanja, je potem nenatančen, saj ni mogoče ustrezno izračunati α kvantila. Problem je še posebej izrazit pri daljših napovednih horizontih. Na primer iz letnih podatkov (250 dnevnih donosov) dobimo samo 50 podatkov tedenskih donosov. 1% VaR bi bil povsem nenatančen. Problem bi lahko poskušali rešiti s konstrukcijo prekrivajočih se h-dnevnih donosov. Na dnevnih podatkih bi tako h-dnevne donose namesto s premikanjem za h, dobili s premikanjem za 1 dan, $h-1$ podatkov pa bi se prekrilo s podatki upoštevanimi v izračunu prejšnjega h-dnevnega donosa. S tem bi konstruirali številčnejšo porazdelitev donosov portfelja in povečali natančnost izračuna α kvantila, vključili bi pa drugo napako. Izrazito negativen padec v vrednosti portfelja bi se namesto v samo enem izrazito negativnem donosu poznal v h izrazito negativnih donosih. Rep porazdelitve bi zelo popačili, VaR napovedi pa bi s tem poslabšali.

Zgodovinsko simulirane VaR-e za daljše napovedne horizonte zato osnujemo na porazdelitvah dnevnih donosov in jih nato skaliramo na daljša obdobja. To zahteva podrobnejšo obravnavo porazdelitve donosov, saj se izkaže, da pri zgodovinskih simulacijah ne moremo uporabljati pravila kvadratnega korena iz časa, kar podrobneje obravnavamo v razdelku 2.2.1.

Obstaja metoda, ki zgradi h-dnevno porazdelitev donosov portfelja brez prekrivanja.

Skaliranje na daljša obdobja tako ni potrebno. Ta metoda kombinira zgodovinsko simulacijo in generiranje naključnih števil, podrobneje opisana pa je v podpoglavju 2.2.5.

Za dani portfelj sta napovedi zgodovinskega VaR-a in normalnega linearnega VaR-a, na enako obsegajočih podatkih, mnogo bližje, kot dve napovedi zgodovinskega VaR-a, izračunani na zelo različnem obsegu podatkov (Alexander 2008c, 153). Velikost drsečega okna podatkov v zgodovinsko simuliranih VaR modelih je zato zelo pomembna. Na napovedih modelov je zelo viden tudi učinek duha, ko ekstremno negativen donos pade iz okna. Zato je tudi pri zgodovinskih simulacijah smiselno uporabiti uteži, glede na oddaljenost od časa napovedi. Metoda je opisana v podpoglavju 2.2.3.

Zgodovinsko simulirane VaR metode imajo, za razliko od parametričnih, dodaten problem. Izrazito negativen donos, ki mu verjetno sledi obdobje večje nestanovitnosti na trgu (na primer 'črni ponedeljek' leta 1987), se ne bo nujno takoj poznal v napovedi tvegane vrednosti. Če je podatkov veliko, bo to samo eden izmed negativnih donosov, v izračunu α kvantila porazdelitve donosov portfelja pa se njegova magnituda ne bo upoštevala. Šele čez čas, ko bo sledilo več negativnih donosov s povečano magnitudo, se bo tudi napoved tvegane vrednosti povečala (Alexander 2008c, 156). Parametrične linearne VaR metode bi hitro odreagirale, še posebej pri uteženih podatkih. Rešitev predstavljata zgodovinsko simulirani VaR metodi, opisani v podpoglavjih 2.2.3 in 2.2.4.

Za izračun zgodovinsko simuliranih VaR-ov, ob zelo visoki stopnji zaupanja, je nemogoče zagotoviti dovolj dolgo obdobje podatkov. Ekstremne kvantile porazdelitve donosov portfelja zato iščemo ob pomoči prilagoditve zvezne porazdelitve empirični, še posebej repom. Dve takšni pol-parametrični metodi sta opisani v podpoglavjih 2.2.6 in 2.2.7.

2.2.1 Skaliranje VaR-a na različne napovedne horizonte

V podpoglavju 2.1.2 smo pokazali, da predpostavka neodvisnih, enako in normalno porazdeljenih donosov, za skaliranje na druge napovedne horizonte, vodi do pravila kvadratnega korena iz časa. To je sledilo iz ugotovitve, da parametrični linearni VaR sledi enakim pravilom kot standardni odklon. V zgodovinsko simuliranih VaR-ih pa se tvegana vrednost nanaša na α kvantil nespecifične porazdelitve donosov portfelja. Za kvantile pravilo kvadratnega korena iz časa ne velja, razen v primeru neodvisnih, enako in normalno porazdeljenih donosov.

Za skaliranje kvantilov na druge napovedne horizonte bomo morali privzeti dodatno predpostavko o porazdelitvi donosov. Za razliko od parametričnih linearnih VaR-ov, pa ni potrebno predpostaviti parametrične oblike, dovolj je predpostavka, da imajo donosi portfelja stabilno porazdelitev. Ko je porazdelitev ξ-stabilna se namreč celotna porazdelitev, tudi kvantili, skalira s $h^{1/\xi}$.

Za skaliranje zgodovinsko simuliranih VaR-ov je torej potrebno poiskati skalirni eksponent porazdelitve donosov portfelja. Naj $x_{h;\alpha}$ označuje α kvantil h-dnevne porazdelitve logaritemskih donosov. Iščemo takšen ξ, da bo

$$x_{h;\alpha} = h^{1/\xi} x_{1;\alpha}. \tag{2.31}$$

Če ta izraz logaritmiramo in izrazimo skalirni eksponent, dobimo

$$\frac{1}{\xi} = \frac{\ln(x_{h;\alpha}) - \ln(x_{1;\alpha})}{\ln(h)}. \tag{2.32}$$

Skalirni eksponent smo izrazili kot diferenčni kvocient, v odvisnosti od h, zato ga lahko ocenimo kot naklon grafa z $\ln(h)$ na x-osi in $\ln(x_{h;\alpha}) - \ln(x_{1;\alpha})$ na y-osi. Če je porazdelitev res stabilna, potem je graf premica, skalirni eksponent pa ni odvisen od stopnje zaupanja $1 - \alpha$. V tem primeru pravimo, da porazdelitev ustreza *pravilu skaliranja po potenčnem zakonu* (ang. power law scaling rule) z eksponentom ξ^{-1}.

Podatki morajo biti dovolj obsežni, da so izračunani kvantili dovolj natančni. Primer grafa s pripadajočim skalirnim eksponentom je prikazan na sliki 2.4.

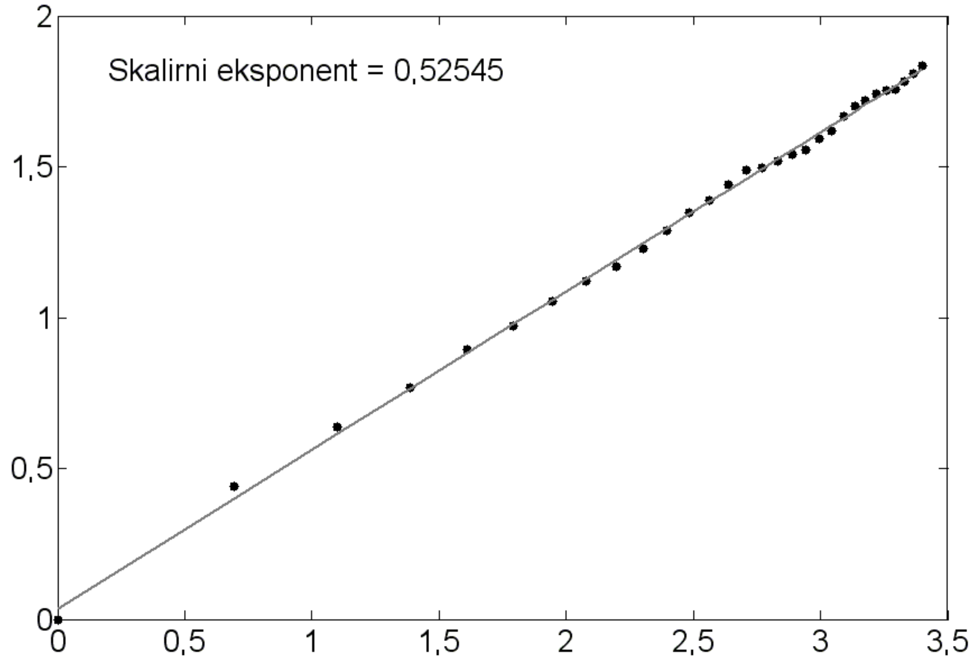
Skaliranje na daljše napovedne horizonte predstavlja glavni vir tveganja nenatančnosti modelov, ki temeljijo na zgodovinsko simuliranih metodah (Alexander 2008c, 234).

2.2.2 Zgodovinski VaR

Zgodovinski VaR portfelja vrednostnih papirjev izračunamo iz *rekonstruirane porazdelitve* donosov portfelja. Osnova za donose niso vrednosti portfelja skozi obdobje podatkov, temveč izračunamo donose posameznih naložb portfelja in jih uteženo seštejemo, glede na uteži v času napovedi VaR-a. Če ta čas označimo s T, to pomeni

$$r_t = w_T' x_t, \qquad t = 1, \ldots, T, \tag{2.33}$$

kjer je w_T vektor uteži v času T, x_t pa vektor donosov naložb portfelja v času t. Kot vemo, VaR predstavlja α kvantil porazdelitve donosov z nasprotnim predznakom, Slika 2.4: Primer izračuna skalirnega eksponenta



Vir: Lasten prikaz

zato tvegano vrednost za stabilno porazdelitev dnevnih donosov portfelja izračunamo po izrazu

$$\mathrm{VaR}_{h;\alpha} = -x_{1;\alpha} h^{1/\xi}, \tag{2.34}$$

kjer je $x_{1;\alpha}$ α kvantil porazdelitve dnevnih donosov r_t, $t = 1, \ldots, T$.

2.2.3 Zgodovinski VaR z eksponentno uteženimi verjetnostmi donosov

Zgodovinska VaR metoda je lahko prilagojena, tako da podatkov ne obravnava enakovredno. Upoštevajo se uteži, glede na oddaljenost od časa napovedi, podobno kot v EWMA metodologiji za izračun variančno-kovariančne matrike (podpoglavje 2.1.6). Razlika je, da se uteži ne dodelijo neposredno donosom, temveč verjetnostim donosov portfelja v porazdelitvi. Če fiksiramo konstanto glajenja $0 < \lambda < 1$, bi radi dodelili verjetnostno utež $1-\lambda$ najbolj nedavnemu donosu, utež $\lambda(1-\lambda)$ dan starejšemu , utež $\lambda^2(1-\lambda)$ dva dneva starejšemu in tako naprej. Ampak to še ne bi bile verjetnostne uteži[3], saj jih moramo še normirati z njihovo vsoto, ki je

$$(1-\lambda) + \lambda(1-\lambda) + \lambda^2(1-\lambda) + \ldots + \lambda^{T-1}(1-\lambda) = \tag{2.35}$$

[3]Vsota verjetnostnih uteži mora biti enaka 1.

$$= (1-\lambda)(1+\lambda+\lambda^2+\ldots+\lambda^{T-1}) = (1-\lambda)\frac{1-\lambda^T}{1-\lambda} = 1-\lambda^T.$$

Verjetnost najbolj nedavnega donosa tako dobi utež $\frac{1-\lambda}{1-\lambda^T}$, verjetnost dan starejšega utež $\frac{\lambda(1-\lambda)}{1-\lambda^T}$ in tako naprej. Te verjetnostne uteži uporabimo pri iskanju kumulativne verjetnosti donosov portfelja, ki so urejeni v naraščajočem vrstnem redu, glede na magnitudo. To pomeni, da po velikosti uredimo donose portfelja, nato pa pričnemo pri najmanjšem ter si zapomnimo njegovo utež. Dodamo ji utež naslednjega donosa v ranžirni vrsti. To ponavljamo, dokler ne dosežemo oziroma presežemo s kumulativno verjetnostjo stopnje tveganja α VaR izračuna. VaR nam predstavlja nasprotna vrednost zadnjega donosa, katerega utež je bila prišteta v vsoti. Za napovedni horizont h nato ustrezno skaliramo.

Pomanjkljivost te metode je, da je izbira konstante glajenja λ (ki ima velik vpliv na napoved VaR) povsem *ad hoc*.

2.2.4 Zgodovinski VaR s prilagojeno nestanovitnostjo

Zgodovinski VaR potrebuje za izračun tvegane vrednosti dolgo obdobje podatkov. Tržne razmere pa se s časom spreminjajo. Trgi gredo skozi različna obdobja stabilnosti in povečane nestanovitnosti, ponekod so vidne sezonske komponente spreminjanja cen. VaR napoved zato ne bo nujno odsevala trenutnih tržnih razmer. Lahko pa podatke prilagodimo in nato izračunamo tvegano vrednost, kot so predlagali Duffie in Pan (1997) ter Hull in White (1998).

Metoda zgodovinskega VaR-a s prilagojeno nestanovitnostjo upošteva utežitev donosov portfelja na način, da jim prilagodi nestanovitnost trenutni nestanovitnosti. S tem so donosi prilagojeni trenutnim tržnim razmeram. Za izračun potrebujemo dve časovni vrsti, poleg donosov še časovno vrsto ocen nestanovitnosti donosov portfelja. Dobimo jo lahko na primer s simetričnim GARCH(1,1) modelom, opisanim v podpoglavju 1.1.5.

Označimo časovno vrsto neprilagojenih donosov portfelja z $\{r_t\}_{t=1}^T$ in časovno vrsto statističnih (simetričnih GARCH(1,1)) varianc z $\{\hat{\sigma}_t\}_{t=1}^T$, kjer je T čas napovedi VaR-a, to je na koncu podatkov. Za prilagoditev donosov portfelja donos v času $t \le T$ pomnožimo z oceno nestanovitnosti v času T in delimo z oceno nestanovitnosti v času t

$$\hat{r}_{t,T} = \left(\frac{\hat{\sigma}_T}{\hat{\sigma}_t}\right) r_t, \qquad t = 1, \ldots, T. \tag{2.36}$$

VaR za stabilno porazdelitev prilagojenih dnevnih donosov portfelja izračunamo po izrazu

$$\mathrm{VaR}_{h;\alpha} = -x_{1;\alpha} h^{1/\xi}, \tag{2.37}$$

kjer je $x_{1;\alpha}$ α kvantil porazdelitve prilagojenih dnevnih donosov (2.36). Skalirni eksponent izračunamo na prilagojenih donosih portfelja.

Zgodovinski VaR s prilagojeno nestanovitnostjo je boljši od zgodovinskega VaR z eksponentno uteženimi donosi v tem, da njegova napoved ni odvisna od subjektivne izbire konstante glajenja λ. Parametri GARCH modela so optimalni glede na podatke.

2.2.5 Filtrirano zgodovinsko simuliran VaR

Filtrirano zgodovinsko simulirana VaR metoda (Barone-Adesi et al. 1998, 1999) je nadgradnja prilagoditve nestanovitnosti na večkoračno zgodovinsko simulacijo, z uporabo prekrivanja podatkov na način, ki ne popači repov h-dnevne porazdelitve donosov portfelja. h-dnevni VaR lahko izračunamo neposredno na tej porazdelitvi, zato skaliranje ni potrebno. Ideja je, da uporabimo dinamičen model nestanovitnosti donosov, na primer simetrični GARCH(1,1) model, pri simuliranju logaritemskih donosov, za vsak dan napovednega horizonta.

Imejmo torej izračunane parametre simetričnega GARCH(1,1) modela varianc logaritemskih donosov

$$\hat{\sigma}_t^2 = \hat{\omega} + \hat{\alpha}(r_{t-1} - \bar{r})^2 + \hat{\beta}\hat{\sigma}_{t-1}^2. \tag{2.38}$$

Na prvem koraku simulacije vzamemo za $\hat{\sigma}_0$ standardni odklon, izračunan s simetričnim GARCH(1,1) modelom, in za r_0 donos portfelja, na zadnji dan podatkov. Dnevno GARCH varianco na prvi dan napovednega horizonta izračunamo kot

$$\hat{\sigma}_1^2 = \hat{\omega} + \hat{\alpha}(r_0 - \bar{r})^2 + \hat{\beta}\hat{\sigma}_0^2. \tag{2.39}$$

Filtrirano zgodovinsko simulirana VaR metoda predpostavlja, da GARCH inovacije izhajajo iz standardizirane empirične porazdelitve logaritemskih donosov

$$\varepsilon_t = \frac{r_t - \bar{r}}{\hat{\sigma}_t}, \qquad t = 1, \ldots, T. \tag{2.40}$$

Simulirani logaritemski donos na prvi dan napovednega horizonta je zato $\hat{r}_1 = \varepsilon_1\hat{\sigma}_1 + \bar{r}$, kjer je ε_1 neodvisno, naključno izbrana inovacija izmed $\{\varepsilon_t\}_{t=1}^T$. Za ostale dni napovednega horizonta iterativno nadaljujemo

$$\hat{\sigma}_t^2 = \hat{\omega} + \hat{\alpha}(r_{t-1} - \bar{r})^2 + \hat{\beta}\hat{\sigma}_{t-1}^2, \tag{2.41}$$

$$\hat{r}_t = \varepsilon_t \hat{\sigma}_t + \bar{r}, \tag{2.42}$$

za $t = 2, \ldots, h$. Simulirani h-dnevni bodoči logaritemski donos za napovedni horizont h dobimo kot vsoto teh simuliranih dnevnih logaritemskih donosov

$$\hat{r}_{ht} = \hat{r}_1 + \hat{r}_2 + \ldots + \hat{r}_h. \tag{2.43}$$

Postopek velikokrat ponovimo in s tem dobimo simulirano h-dnevno porazdelitev donosov portfelja. Tvegano vrednost nam predstavlja α kvantil te porazdelitve z nasprotnim predznakom.

2.2.6 Zgodovinski VaR aproksimiran z jedrom

Jedra, z izbrano jedrno funkcijo, zgladijo empirično porazdelitev, tako da se ji čimbolje prilegajo. Z optimiziranjem razlik na majhnih pasovih, jo aproksimirajo s krivuljo, ki najbolje predstavlja njeno gostoto porazdelitve. Kvantile, še posebej ekstremne kvantile, lahko nato izračunamo z veliko natančnostjo.

Računalniški programi, s katerimi lahko porazdelitev aproksimiramo z jedrom, ponavadi poiščejo tudi pripadajočo kumulativno porazdelitveno funkcijo $F(x)$. VaR metode, ki porazdelitev donosov portfelja aproksimirajo z jedrom, tako izračunajo tvegano vrednost po izrazu

$$\mathrm{VaR}_{h;\alpha} = -F^{-1}(\alpha) h^{1/\xi}. \tag{2.44}$$

2.2.7 Zgodovinski VaR aproksimiran s Cornish-Fisherjevo razširitvijo

Cornish-Fisherjeva razširitev (Cornish in Fisher 1937) je pol-parametrična tehnika, ki oceni kvantile ne-normalne porazdelitve kot funkcija standardnih normalnih kvantilov in vzorčne asimetrije ter ekscesne sploščenosti. V kontekstu zgodovinskih VaR-ov ta tehnika omogoča oceno ekstremnih kvantilov iz standardnih normalnih kvantilov, pri visoki stopnji zaupanja, z danimi samo prvimi štirimi momenti porazdelitve donosov portfelja (Alexander 2008c, 170).

Cornish-Fisherjeva aproksimacija (4. reda) α kvantila empirične porazdelitve s povprečjem 0 in varianco 1 je

$$\tilde{x}_\alpha \approx z_\alpha + \frac{\hat{\tau}}{6}(z_\alpha^2 - 1) + \frac{\hat{\kappa}}{24} z_\alpha (z_\alpha^2 - 3) - \frac{\hat{\tau}^2}{36} z_\alpha (2z_\alpha^2 - 5), \tag{2.45}$$

kjer je $z_\alpha = \Phi^{-1}(\alpha)$ α kvantil standardne normalne porazdelitve, $\hat{\tau}$ in $\hat{\kappa}$ pa sta asimetrija in ekscesna sploščenost empirične porazdelitve. Porazdelitev donosov portfelja s povprečjem $\hat{\mu}$ in standardnim odklonom $\hat{\sigma}$, ima α kvantil približno

$$x_\alpha \approx \tilde{x}_\alpha \hat{\sigma} + \hat{\mu}, \tag{2.46}$$

tvegano vrednost tako izračunamo po izrazu

$$\mathrm{VaR}_{h;\alpha} = -x_\alpha h^{1/\xi}. \tag{2.47}$$

Zgodovinski VaR aproksimiran s Cornish-Fisherjevo razširitvijo je hitra in enostavna metoda, ampak natančna le, če donosi portfelja niso preveč asimetrični ali sploščeni (Alexander 2008c, 172).

2.3 Monte Carlo metode

Monte Carlo metode so zelo fleksibilne in omogočajo zelo različne predpostavke o donosih naložb portfelja. V najbolj osnovni obliki, ko so predpostavke enake kot pri parametričnih linearnih modelih (to je neodvisni, enako porazdeljeni donosi, varianČno-kovariančna matrika opiše vse odvisnosti, na daljše napovedne horizonte lahko skaliramo s pravilom kvadratnega korena iz časa) so VaR napovedi podobne, razlika je posledica simulacij, ki se izvedejo pri Monte Carlo metodah. Analitičen izraz predstavlja točen izračun, z večanjem števila simulacij pa Monte Carlo napovedi konvergirajo k parametričnim linearnim izračunom (Alexander 2008c, 234). Ob takšnih enostavni predpostavkah torej uporaba Monte Carlo simulacijskih metod ni smiselna.

Prednost Monte Carlo metod pred ostalimi se pokaže v svobodnejši izbiri predpostavk. Tako lahko na primer za vsako naložbo portfelja predpostavimo svojo obliko porazdelitve donosov, odvisnosti med njimi pa opišemo s kopulami[4]. V izračunu večdnevnega VaR-a med donosi ni potrebno predpostaviti neodvisnosti ali biti omejen na upoštevanje avtokorelacije. h-dnevni donos lahko simuliramo na dinamičen način, z upoštevanjem prejšnjih simuliranih dnevnih donosov, tako da se v več korakih razvija skozi napovedni horizont. Monte Carlo metode niso omejene na linearne portfelje, so najprimernejša skupina metod za portfelje, ki vsebujejo opcije.

Kombinacij predpostavk pri Monte Carlo metodah je zelo veliko, tehnike pa se hitro zakomplicirajo. Ker to diplomsko delo obravnava le osnovne VaR metode, je v podpoglavju 2.3.1 najprej predstavljena enostavna Monte Carlo metoda na poenostavljenem portfelju, iz katere je razvidna osnovna ideja simulacijskih metod. Kasneje je v podpoglavju 2.3.2 predstavljena metoda za izračun VaR-a linearnega portfelja, ko so donosi porazdeljeni z večrazsežno normalno porazdelitvijo, skozi napovedni horizont pa se razvijajo na dinamičen način, torej ni potrebno skaliranje za daljše napovedne horizonte. V drugem delu diplomskega dela, ko testiramo VaR modele, bomo imeli možnost primerjati to metodo z normalnim linearnim VaR-om, ki za večdnevne napovedne horizonte uporabljajo skaliranje.

2.3.1 Enostavna Monte Carlo metoda

Idejo Monte Carlo simuliranih metod predstavimo na portfelju, sestavljenem iz enega finančnega instrumenta.

Prvi korak v Monte Carlo simulaciji je generiranje naključnih števil. Ta morajo biti enakomerno porazdeljena na intervalu $(0, 1)$, neodvisna in neperiodična. V naslednjem koraku jih pretvorimo v donos portfelja s pomočjo zvezne kumulativne porazdelitvene funkcije F. Ker so vrednosti te funkcije med 0 in 1, dano naključno število $u \in (0, 1)$, pretvorimo v prasliko

$$x = F^{-1}(u). \tag{2.48}$$

Kumulativno porazdelitveno funkcijo ponavadi vzamemo od standardne porazdelitve, zato je potrebno vrednost za donos še posplošiti na porazdelitev s standardnim odklonom σ in povprečjem μ. Za normalno porazdelitev bi tako simulirani donosi portfelja izhajali iz izraza

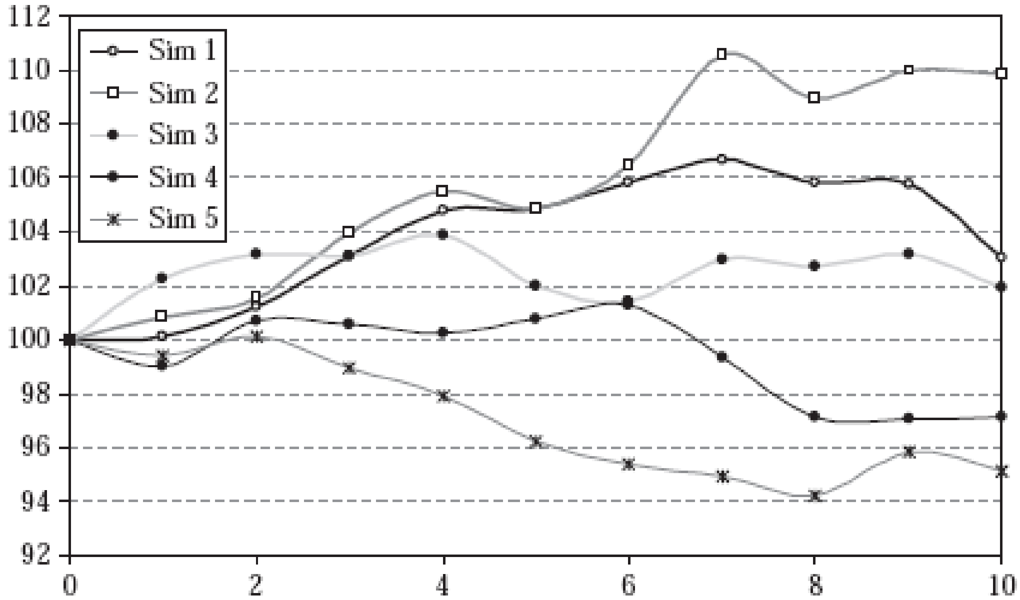
$$x = \Phi^{-1}(u)\sigma + \mu. \tag{2.49}$$

[4]Kopule so poseben način formuliranja večrazsežnih porazdelitev.

Če postopek ponovimo za veliko simulacij naključnih števil, dobimo simulirano porazdelitev enodnevnih donosov portfelja. Dnevni VaR izračunamo kot α kvantil te porazdelitve z nasprotnim predznakom.

Večdnevne donose simuliramo v več korakih. Za posamezni dan simuliramo logaritemski donos na enak način kot zgoraj, nato pa ga prištejemo k trenutni vrednosti portfelja. S tem dobimo več različnih poti razvoja vrednosti portfelja, primer je na sliki 2.5.

Slika 2.5: Večkoračne Monte Carlo poti vrednosti portfelja



Vir: Alexander (2008c, 216)

h-dnevni donos nam predstavlja vsota h dnevnih simuliranih logaritemskih donosov. Model, ki uporablja ta način razvoja dnevnih donosov skozi napovedni horizont, lahko za simulacijo logaritemskega donosa na nekem koraku, pri določanju parametrov, uporabi lastnosti prejšnjih simuliranih donosov. Ekstremen donos bo tako vplival na naslednje donose, kar ustreza kopičenju nestanovitnosti, ki je opazno na finančnih trgih, ko se pojavljajo obdobja povečane ali zmanjšane nestanovitnosti.

Splošni algoritem za večkoračno Monte Carlo simulacijo lahko strnemo v naslednji obliki:

1. Simuliramo naključno število.

2. Uporabimo predpostavljeno kumulativno porazdelitveno funkcijo za pretvorbo naključnega števila v logaritemski donos portfelja.

3. Posplošimo donos na predpostavljene parametre porazdelitve.

4. Vrnemo se na korak 1. in ponovimo še $h-1$ krat, z uporabo dinamičnega načina, ki uporabi informacije prejšnjih logaritemskih donosov.

5. Seštejemo logaritemske donose v h-dnevni logaritemski donos.

Če algoritem ponovimo za veliko simulacij, dobimo simulirano porazdelitev h-dnevnih donosov portfelja. VaR izračunamo kot α kvantil te porazdelitve z nasprotnim predznakom.

2.3.2 Monte Carlo simuliran normalni linearni VaR

Pri simuliranju donosov portfelja, sestavljenega iz več naložb, moramo upoštevati učinke koreliranosti med njimi. Namesto množenja s standardnim odklonom, v posplošitvi simuliranega standardnega donosa, bomo množili z matriko, pridobljeno iz variančno-kovariančne matrike, to je s Cholesky-jevo matriko[5], ki igra vlogo njenega kvadratnega korena. Splošni algoritem za Monte Carlo simuliranje h-dnevnih donosov portfelja, sestavljenega iz n naložb, z večkoračno metodo, ki predpostavlja večrazsežno normalno porazdelitev dnevnih donosov, je:

1. Na podatkih izračunamo vektor povprečij μ_1, ter variančno-kovariančno matriko V_1, nato pa njeno Cholesky-jevo matriko Q.

2. Simuliramo vektor n neodvisnih naključnih števil u, ter ga s pomočjo funkcije Φ pretvorimo v vektor neodvisnih, standardno normalno porazdeljenih logaritemskih donosov z
$$z_i = \Phi^{-1}(u_i), \qquad i = 1, \ldots, n. \tag{2.50}$$

3. Vektor z pomnožimo s Cholesky-jevo matriko Q ter prištejemo vektor povprečij μ_1, da dobimo vektor donosov $x^{(j)}$ na j-tem koraku
$$x^{(j)} = Qz + \mu_1. \tag{2.51}$$

4. Vrnemo se na korak 1. in ponovimo še $h-1$ krat, v izračunu vektorja povprečij in variančno-kovariančne matrike pa upoštevamo do tedaj simulirane logaritemske donose $x^{(j)}$.

[5]Cholesky-jevo matriko dobimo z razcepom simetrične, pozitivno definitne matrike na produkt spodnje trikotne matrike in njene konjugirane transponiranke.

5. Seštejemo simulirane logaritemske donose $x^{(j)}$ v h-dnevni logaritemski donos x_h

$$x_h = \sum_{j=1}^{h} x^{(j)}. \tag{2.52}$$

Če algoritem ponovimo za veliko simulacij, dobimo simulirano porazdelitev h-dnevnih donosov portfelja. VaR izračunamo kot α kvantil te porazdelitve z nasprotnim predznakom.

Poglavje 3

Testiranje VaR modelov

Mere tveganja so uporabne le, kadar odsevajo dejansko stanje na trgu ter zato dokaj dobro ocenjujejo tveganje. VaR modele, ki temeljijo na metodah za izračun tvegane vrednosti, predstavljenih v poglavju 2, bomo testirali na preteklih podatkih cen delnic iz glavnih indeksov nekaterih borz. Zgodovinski test je predstavljen v podpoglavju 3.1, podatki v podpoglavju 3.2 in interpretacija rezultatov zgodovinskih testov v podpoglavju 3.4. Rezultati se nahajajo v prilogah.

3.1 Zgodovinski test

V VaR modelih je uporabljenih veliko enostavnih predpostavk. Ko se njihovo število povečuje, natančnost modelov stremi k zmanjšanju (Blanco in Oks 2004, 1). Zato je potrebno VaR modele preizkusiti na realnih podatkih. Test statističnega modela na zgodovinskih podatkih imenujemo *zgodovinski test*[1] (ang. backtest).

Odločitev regulatorja o tem, ali bo priznal uporabo internega VaR modela za merjenje kapitalskih zahtev za tržno tveganje, temelji predvsem na rezultatih zgodovinskega testa.

Za zgodovinski test vzamemo fiksen portfelj (število posameznih finančnih instrumentov v portfelju je nespremenljivo) in se s tem portfeljem sprehodimo skozi zgodovinske podatke. Rezultat zgodovinskega testa je precej odvisen od izbire portfelja. Lahko se

[1] Test na zgodovinskih podatkih oziroma test na zgodovini. Z uporabo pridevniške oblike bi temu rekli zgodovinski test. Termin predlagan po posvetovanju z Ljudmilo Bokal, leks. spec., Inštitut za slovenski jezik Frana Removša, ZRC SAZU.

zgodi, da VaR model prestane zgodovinski test za portfelj A, ne izkaže pa se ustrezen za drug portfelj B (Alexander 2008c, 332). Zgodovinski test je zato smiselno izvesti na več portfeljih.

Najprej določimo velikost obdobja opazovanja oziroma drsečega okna podatkov T, ki jih na posameznem koraku vzamemo v izračun, stopnjo zaupanja $1 - \alpha$ (oziroma stopnjo tveganja α), na kateri bo računal VaR model, in napovedni horizont h. Nato uporabimo pristop drsečega okna na naslednji način: pričnemo na T-tem mestu zgodovinskih podatkov, saj lahko tam prvič izračunamo VaR vrednost, ker imamo T donosov. Izračunamo dejansko spremembo vrednosti portfelja h dni kasneje in jo primerjamo z VaR napovedjo. Če je bila dejanska sprememba večja od VaR napovedi, to zabeležimo kot *kršitev.* Nato se z drsečim oknom pomaknemo za h podatkov naprej, da se ti v novi dejanski spremembi vrednosti portfelja ne prekrivajo s prejšnjimi. Ponovno izračunamo VaR napoved na podlagi zadnjih T podatkov in jo primerjamo z dejansko spremembo, morebitno kršitev pa zabeležimo v posebno časovno vrsto. Ta postopek ponavljamo do konca podatkov. Rezultat primerjav zgodovinskega testa so časovne vrste VaR napovedi, dejanskih sprememb in kršitev (za primer glej prilogo 4). Model nato ocenimo na podlagi teh časovnih vrst.

Najenostavnejša ocena kakovosti VaR modela je primerjava deleža kršitev glede na število primerjav, s stopnjo tveganja modela α. Če je model natančen, potem primerjave VaR napovedi z dejanskimi spremembami sledijo neodvisnemu, enako porazdeljenemu Bernoullijevemu procesu, z vrednostjo 1, ko se je zgodila kršitev, in z vrednostjo 0 sicer. To lahko definiramo v obliki indikatorske funkcije

$$I_{\alpha,t+h} = \begin{cases} 1, & \text{če je } Y_{t+h} < -\mathrm{VaR}_{t;h;\alpha}, \\ 0, & \text{sicer}, \end{cases} \tag{3.1}$$

kjer je Y_{t+h} dejanska sprememba vrednosti portfelja, od časa t, ko je VaR napoved izračunana, do časa $t + h$. Število kršitev VaR modela v zgodovinskem testu predstavimo kot naključno spremenljivko, ki se potem porazdeljuje po binomskem zakonu s parametroma n (število primerjav) in α (verjetnost kršitve na vsakem koraku je enaka α). Pričakovano število kršitev je $n\alpha$, lahko pa izračunamo tudi interval zaupanja za število kršitev, nato pa preverimo, če dejansko število kršitev iz zgodovinskega testa, leži v tem intervalu. Če leži zunaj, lahko model zavrnemo kot neustrezen.

Bolj sofisticiran način testiranja VaR modelov temelji na *testih pokritja* (ang. coverage tests). V splošni obliki ti testi preizkušajo *verjetnost pokritja* (ang. coverage probability), to je verjetnost, povezano z določenim intervalom porazdelitve (npr. verjetnost pokritja intervala med prvim in tretjim kvartilom je 50%). Pri VaR modelih, kjer je pomemben spodnji rep porazdelitve, pa testirajo natančnost napovedovanja tega dela porazdelitve.

Test brezpogojnega pokritja (ang. unconditional coverage test), ki ga je predstavil Kupiec (1995), temelji na številu kršitev, medtem ko *test neodvisnosti kršitev* (ang. independence of exceedances test), ki ga je predstavil Christoffersen (1998), preverja, ali prihaja do zaporednih kršitev. Kombinacijo obeh predstavlja *test pogojnega pokritja* (ang. conditional coverage test).

Test brezpogojnega pokritja je test ničelne hipoteze, da VaR model natančno napoveduje pričakovani α kvantil porazdelitve donosov portfelja, oziroma da ima indikatorska funkcija (3.1) konstantno verjetnost kršitve, enako stopnji tveganja VaR modela α. Testna statistika je verjetnostno razmerje

$$LR_{\text{uc}} = \frac{\pi_{\text{exp}}^{n_1}(1-\pi_{\text{exp}})^{n_0}}{\pi_{\text{obs}}^{n_1}(1-\pi_{\text{obs}})^{n_0}}, \tag{3.2}$$

kjer je π_{exp} pričakovani delež kršitev, π_{obs} je izračunani delež dejanskih kršitev na podatkih, n_1 je število dejanskih kršitev in $n_0 = n - n_1$, kjer je n število primerjav VaR napovedi z dejanskimi spremembami vrednosti portfelja. Opazimo, da je $\pi_{\text{exp}} = \alpha$ in $\pi_{\text{obs}} = \frac{n_1}{n}$. Asimptotična porazdelitev od $-2\ln LR_{\text{uc}}$ je $\chi^2(1)$, tako da P-vrednosti pri testiranju hipoteze dobimo iz te porazdelitve.

Pomembna lastnost kršitev v zgodovinskem testu je njihova neodvisnost. Preveriti je potrebno, če se kršitve pojavljajo zaporedoma ali izolirano. Model ni dober, če je njegova napoved presežena več dni zaporedoma, saj to pomeni neodzivnost modela na spremembe tržnih razmer. To se posebej pokaže v obdobjih povečane nestanovitnosti. Takrat lahko model prestane zgodovinski test na podlagi deleža kršitev, bi pa ga vseeno bilo smiselno zavrniti kot neustreznega, če kršitve ne bi bile neodvisne. Ničelne hipoteze ne bi zavrnili zaradi števila, temveč zaradi avtokoreliranosti kršitev.

Test neodvisnosti kršitev je osnovan na opazki, da ko kršitve niso neodvisne, verjetnost kršitve na naslednjem koraku primerjav, če je do kršitve prišlo, ni več enaka α. Naj bo ponovno n_1 število dejanskih kršitev in $n_0 = n - n_1$ število dobrih napovedi. Naj bo n_{ij} število primerjav z indikatorjem j, ki je sledil indikatorju i, to je n_{00} je število primerjav, ko dobra napoved sledi dobri napovedi, n_{10} je število primerjav, ko dobra napoved sledi kršitvi, n_{01} je število primerjav, ko kršitev sledi dobri napovedi in n_{11} je število primerjav, ko kršitev sledi kršitvi. Iz odnosa med temi števili sledi

$n_1 = n_{11} + n_{01}$ in $n_0 = n_{10} + n_{00}$. Označimo s π_{01} delež kršitev, ki so sledile dobri napovedi

$$\pi_{01} = \frac{n_{01}}{n_{00} + n_{01}} \tag{3.3}$$

in s π_{11} delež kršitev, ki sledijo kršitvi

$$\pi_{11} = \frac{n_{11}}{n_{10} + n_{11}}. \tag{3.4}$$

Testna statistika na podlagi teh števil je (Christoffersen 1998)

$$LR_{\text{ind}} = \frac{\pi_{\text{obs}}^{n_1}(1 - \pi_{\text{obs}})^{n_0}}{\pi_{01}^{n_{01}}(1 - \pi_{01})^{n_{00}}\,\pi_{11}^{n_{11}}(1 - \pi_{11})^{n_{10}}}. \tag{3.5}$$

Asimptotična porazdelitev od $-2\ln LR_{\text{ind}}$ je $\chi^2(1)$. Ta test neodvisnosti kršitev preverja samo zaporednost kršitev, ker je izpeljan na Markovski verigi prvega reda. Za preverjanje kopičenja kršitev z vmesnimi dobrimi napovedmi bi bilo potrebno test razširiti na Markovske verige višjih redov (Alexander 2008c, 339).

Kombiniran test, ki hkrati preverja brezpogojno pokritje in neodvisnost kršitev, je test pogojnega pokritja, ki ima testno statistiko

$$LR_{\text{cc}} = \frac{\pi_{\text{exp}}^{n_1}(1 - \pi_{\text{exp}})^{n_0}}{\pi_{01}^{n_{01}}(1 - \pi_{01})^{n_{00}}\,\pi_{11}^{n_{11}}(1 - \pi_{11})^{n_{10}}}. \tag{3.6}$$

Asimptotična porazdelitev od $-2\ln LR_{\text{cc}}$ je $\chi^2(2)$. Iz primerjave testnih statistik sledi, da je $LR_{\text{cc}} = LR_{\text{uc}} \times LR_{\text{ind}}$, to je

$$-2\ln LR_{\text{cc}} = -2\ln LR_{\text{uc}} - 2\ln LR_{\text{ind}}. \tag{3.7}$$

Poleg testiranja deleža in neodvisnosti kršitev je potrebno preveriti tudi nekatere druge lastnosti za kompletnejšo oceno kakovosti VaR modela. Potrebno je preveriti, kakšne vrednosti zavzemajo napovedi in če so sploh smiselne. Recimo modeli, ki so zelo občutljivi na nenadne spremembe tržnih razmer, bi lahko z nastopom povečane nestanovitnosti napovedovali izgubo vrednosti portfelja večjo od 100%. Takšen model bi sicer lahko imel število kršitev ustrezno glede na stopnjo tveganja, vendar, če do tega pride z nesmiselnimi napovedmi, potem je to slaba lastnost modela.

Pomembna lastnost VaR modelov je, kako odzivni so na spremembe tržnih razmer. Če na povečano nestanovitnost ne odreagirajo dovolj, se to kaže v kršitvah VaR napovedi. Ko se razmere na trgu po turbulentnem obdobju umirijo, dobri modeli to prepoznajo in ustrezno zmanjšajo svoje napovedi. Modeli, na katere še dolgo vplivajo ekstremni negativni donosi, nekaj časa precenjujejo tvegano vrednost. Če se takšen model uporablja za določanje kapitalske zahteve za tržna tveganja, potem so precenjene tudi te zahteve, kar pomeni nepotrebne stroške.

Odzivnost VaR modela na umiritev tržnih razmer se lahko dobro razbere iz grafa zgodovinskega testa. Na isti graf narišemo časovne vrste VaR napovedi, kršitev in dejanskih sprememb vrednosti portfelja v napovednem horizontu, torej časovne vrste, ki so rezultat zgodovinskega testa. Če sedaj primerjamo krivulje VaR napovedi in dejanskih sprememb, so vidna razhajanja, ko model precenjuje tvegano vrednost. Razberemo lahko tudi, v kolikšni meri so kršitve presegle napovedi. VaR vrednost namreč predstavlja največjo možno izgubo v določenem obdobju pri izbrani stopnji zaupanja, ne podaja informacije o obsegu izgub, ko je napoved kršena. Velika preseganja so nezaželena. S subjektivno oceno grafov zgodovinskih testov torej dobimo dodatno informacijo o kakovosti VaR modelov.

Za daljše napovedne horizonte je potrebnih veliko zgodovinskih podatkov, da imamo v zgodovinskem testu dovolj primerjav. Že za testiranje tedenskih napovedi je potrebno 5-krat daljše obdobje kot pri dnevnih napovedih, če hočemo ohraniti kakovost testnih statistik. Zato je otežena izbira testnega portfelja, saj redki vrednostni papirji kotirajo na trgu več let brez posebnih dogodkov (npr. cepitve delnic, zapadlost obveznic). Zgodovinski test VaR modelov za večdnevne napovedne horizonte lažje izvedemo s premikanjem drsečega okna za 1 dan, ostali podatki pa se prekrijejo z uporabljenimi na prejšnjem koraku. Nato preverimo le delež kršitev, neodvisnost je skoraj zagotovo kršena, saj se velika sprememba v vrednosti portfelja, v napovedi modela pozna šele čez h dni, tačas pa so morebitne kršitve avtokorelirane. V praksi se VaR napovedi, tudi večdnevne, izračunajo vsak dan (Alexander 2008c, 336). Če izvedemo zgodovinski test z dnevnim premikanjem, dobimo časovne vrste, podobne dejanskim iz prakse. Zgodovinski test z dnevnim premikanjem tudi pri večdnevnih napovednih horizontih tako bolj odraža dejanske situacije iz konkretnih primerov uporabe VaR modelov. Prekrivanje podatkov pa je potrebno upoštevati pri komentiranju rezultatov zgodovinskih testov.

3.2 Predstavitev podatkov in parametri modelov

VaR modeli so testirani na treh portfeljih, treh stopnjah zaupanja in petih napovednih horizontih. Prvi portfelj sestavljajo delnice slovenskega borznega indeksa SBI 20, drugi portfelj je nabor delnic nemškega borznega indeksa DAX 30, v tretjem portfelju pa so delnice iz ameriškega borznega indeksa XMI. Podatki cen delnic okvirno obsegajo obdobje od začetka leta 2000 do konca maja 2010, odvisno od portfelja. Slovenski portfelj se tako prične 6.1.2000, saj so takrat pričele kotirati delnice Save, ki so vključene v portfelj, zadnji podatki so z 31.5.2010. Nemški portfelj obsega obdobje od 3.1.2000, do 31.5.2010. Podatki za ameriški portfelj se pričnejo 3.7.2000, zaradi težavnosti izbire čimbolj reprezentativnega nabora delnic. Veliko delnic iz indeksa XMI je namreč doživelo cepitev v letih 2000 in 2001, zato za nabor niso ustrezne, saj obdobje ni smelo obsegati posebnih dogodkov (število delnic v portfelju je enako za celotno obdobje zgodovinskega testa). Portfelj pa mora obsegati različne gospodarske dejavnosti, da kriza na posameznem področju ne vpliva preveč na rezultate zgodovinskega testa. V testiranju bi se namreč radi osredotočili predvsem na svetovno finančno krizo. Izbrani nabor delnic ameriškega portfelja je tako še vedno raznovrsten, časovno pa le malenkost krajši od ostalih nacionalnih. Časovna vrsta se konča 28.5.2010. Natančnejša struktura nacionalnih portfeljev je predstavljena v tabelah 3.1, 3.3 in 3.5. V tabelah 3.2, 3.4 in 3.6 so predstavljeni rezultati analize logaritemskih donosov posameznih delnic. Vsebujejo število donosov n, minimum ter maksimum, povprečje μ, standardni odklon σ, koeficient asimetrije τ, koeficient sploščenosti κ in P-vrednost Jarque-Berovega testa ničelne hipoteze, da se donosi porazdeljujejo normalno.

Tabela 3.1: Portfelj slovenskih delnic

Oznaka	Opis	Gospodarska dejavnost
AELG	Aerodrom Ljubljana	Spremljajoče storitvene dejavnosti v zračnem prometu
GRVG	Gorenje	Proizvodnja, prodaja, vzdrževanje in popravila gospodinjskih aparatov
LKPG	Luka Koper	Spremljajoče storitvene dejavnosti v vodnem prometu
MELR	Mercator	Trgovina na drobno v nespecializiranih prodajalnah, pretežno z živili
PETG	Petrol	Trgovanje z naftnimi proizvodi in drugimi energenti
SAVA	Sava	Gumarstvo, turizem, poslovanje z nepremičninami

Vir: Spletne strani družb

Tabela 3.2: Rezultati analize logaritemskih donosov portfelja slovenskih delnic

Oznaka	n	min	max	μ	σ	τ	κ	JB
AELG	2590	-0,13654	0,12206	0,00019	0,01744	-0,392	10,978	0,000
GRVG	2590	-0,09564	0,09531	0,00004	0,01456	-0,066	8,951	0,000
LKPG	2590	-0,11053	0,11442	0,00007	0,01556	-0,258	10,471	0,000
MELR	2590	-0,09727	0,11213	0,00030	0,01441	0,161	10,955	0,000
PETG	2590	-0,08903	0,13285	0,00030	0,01520	0,334	14,259	0,000
SAVA	2590	-0,10635	0,07920	0,00025	0,01419	-0,496	11,686	0,000

Vir: Lasten izračun

Tabela 3.3: Portfelj nemških delnic

Oznaka	Opis	Gospodarska dejavnost
ALV	Allianz	Finančne in zavarovalniške dejavnosti
BAYN	Bayer	Proizvodnja kemikalij, farmacevtskih surovin in preparatov ter visokotehnoloških materialov
DAI	Daimler	Proizvodnja motornih vozil
DTE	Deutsche Telekom	Telekomunikacijske dejavnosti
LIN	Linde	Proizvodnja in oskrba z industrijskimi plini
TKA	ThyssenKrupp	Proizvodnja kovin in kovinskih izdelkov

Vir: `www.boerse-frankfurt.de`

Tabela 3.4: Rezultati analize logaritemskih donosov portfelja nemških delnic

Oznaka	n	min	max	μ	σ	τ	κ	JB
ALV	2645	-0,15187	0,23305	-0,00051	0,02617	0,247	10,582	0,000
BAYN	2645	-0,19408	0,33006	0,00000	0,02265	0,763	24,900	0,000
DAI	2645	-0,15719	0,19431	-0,00022	0,02412	0,272	8,782	0,000
DTE	2645	-0,16436	0,13989	-0,00077	0,02468	0,021	7,529	0,000
LIN	2645	-0,14328	0,15501	0,00017	0,01916	0,122	8,956	0,000
TKA	2645	-0,17581	0,16871	-0,00013	0,02505	-0,109	7,693	0,000

Vir: Lasten izračun

Podatki cen delnic slovenskih družb so pridobljeni s spletnih strani Ljubljanske borze (`www.ljse.si`), nemških družb s spletnih strani Nemške borze (`http://deutsche-boerse.com`) in ameriških družb s spletnega naslova `http://finance.yahoo.com`.

Testni nacionalni portfelji vsebujejo eno delnico vsake družbe (torej skupno 6 delnic). Prvi portfelj je sestavljen iz delnic razvijajočega se trga, druga dva pa predstavljata razviti trg. V zgodovinskem testu predpostavimo, da so tako sestavljeni portfelji reprezentativni.

Tabela 3.5: Portfelj ameriških delnic

Oznaka	Opis	Gospodarska dejavnost
GE	General Electric	Konglomerat na področju tehnologije, medijev in finančnih storitev
IBM	International Business Machines	Razvoj in izdelava proizvodov ter storitev informacijske tehnologije
JPM	JPMorgan Chase	Dejavnost finančnih storitev
KO	Coca-Cola	Proizvodnja brezalkoholnih pijač, mineralnih in drugih stekleničenih vod
MRK	Merck	Proizvodnja medicinskih in farmacevtskih surovin ter preparatov
WMT	Wal Mart	Trgovina na drobno

Vir: `http://finance.yahoo.com`

Tabela 3.6: Rezultati analize logaritemskih donosov portfelja ameriških delnic

Oznaka	n	min	max	μ	σ	τ	κ	JB
GE	2490	-0,13684	0,17984	-0,00046	0,02228	0,045	10,596	0,000
IBM	2490	-0,16889	0,11349	0,00005	0,01844	-0,065	10,590	0,000
JPM	2490	-0,23228	0,22392	-0,00007	0,02990	0,302	14,299	0,000
KO	2490	-0,10604	0,12997	-0,00005	0,01437	0,049	11,364	0,000
MRK	2490	-0,31171	0,12251	-0,00033	0,02025	-1,773	31,191	0,000
WMT	2490	-0,08408	0,10502	-0,00005	0,01621	0,217	6,864	0,000

Vir: Lasten izračun

Zgodovinski testi VaR modelov so izvedeni na nacionalnih portfeljih na treh obdobjih podatkov:

- *celotno opazovano obdobje*, ki vsebuje tako krizne kot nekrizne segmente,
- *nekrizno obdobje*, ko so prevladovale umirjene tržne razmere in
- *krizno obdobje*, ki ga je zaznamovala svetovna finančna kriza.

Obdobje umirjenih trgov in začetek finančne krize se razlikuje med posameznimi borzami. Za lažjo primerjavo rezultatov so obdobja vseeno določena enako za vse portfelje. Nekrizno obdobje obsega podatke od začetka leta 2004 do konca leta 2006. Krizno obdobje se prične z julijem 2007 in traja do konca podatkov, do konca maja 2010. VaR modeli so na celotno opazovanih obdobjih testirani z maksimalnim številom primerjav, ki jih podatki in parametri modelov omogočajo. Zgodovinski testi na krajših obdobjih primerjave izvedejo za vsak dan tega obdobja. Natančen pričetek podatkov, ki so zajeti z drsečim oknom, je tako odvisen od parametrov modela. Natančneje, zgodovinski test modelov za napovedna horizonta 1 dan in 65 dni ima v kriznih in nekriznih obdobjih enako število primerjav, v celotnem opazovanem obdobju pa ne, ker je za večdnevne napovedne horizonte na razpolago manj primerjav.

VaR modeli so testirani pri treh stopnjah tveganja in petih napovednih horizontih, ki se najpogosteje pojavljajo v praksi. Uporabljene stopnje tveganja so 0,01, 0,05 in 0,1. Napovedni horizonti so 1 dan, 5 dni, 10 dni, 25 dni in 65 dni. Velikost obdobja opazovanja oziroma drsečega okna je 250 podatkov. Vseh kombinacij parametrov za posamezni model je tako 15 in ker so zgodovinski testi izvedeni na 3 portfeljih in 3 obdobjih, je vsak VaR model testiran 135 krat. Za dnevne napovedne horizonte se uporabita test brezpogojnega pokritja in test pogojnega pokritja, za večdnevne napovedne horizonte pa samo test brezpogojnega pokritja. Testira se pri stopnji značilnosti 5%.

3.3 Komentar k VaR modelom

Testirani VaR modeli temeljijo na VaR metodah, predstavljenih v poglavju 2. Testiranih je naslednjih 16 modelov:

1. Normalni linearni VaR; izračun VaR-a temelji na izrazu (2.19).
2. Normalni linearni VaR z upoštevanjem avtokorelacije prvega reda; izračun VaR-a temelji na izrazu (2.20).
3. Normalni linearni VaR, variančno-kovariančna matrika računana z EWMA metodologijo; izračun VaR-a temelji na izrazu (2.19).
4. Studentov t linearni VaR; izračun VaR-a temelji na izrazu (2.23).
5. Studentov t linearni VaR z upoštevanjem avtokorelacije prvega reda; izračun VaR-a temelji na izrazu (2.24).
6. Studentov t linearni VaR, variančno-kovariančna matrika računana z EWMA metodologijo; izračun VaR-a temelji na izrazu (2.23).
7. Gumbelov linearni VaR; izračun VaR-a temelji na izrazu (2.26).
8. Gumbelov linearni VaR z upoštevanjem avtokorelacije prvega reda; izračun VaR-a temelji na izrazu (2.27).

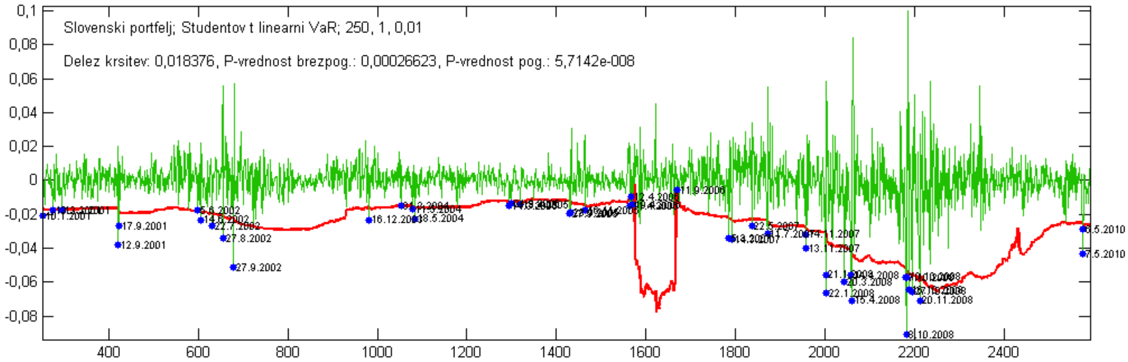
9. Gumbelov linearni VaR, variančno-kovariančna matrika računana z EWMA metodologijo; izračun VaR-a temelji na izrazu (2.26).
10. Zgodovinski VaR; izračun VaR-a temelji na izrazu (2.34).
11. Zgodovinski VaR aproksimiran z Gaussovim jedrom; izračun VaR-a temelji na metodi opisani v podpoglavju 2.2.6 z uporabo Gaussovega jedra.
12. Zgodovinski VaR z eksponentno uteženimi verjetnostmi donosov; izračun VaR-a temelji na metodi opisani v podpoglavju 2.2.3.
13. Zgodovinski VaR aproksimiran s Cornish-Fisherjevo razširitvijo; izračun VaR-a temelji na metodi opisani v podpoglavju 2.2.7.
14. Zgodovinski VaR s prilagojeno nestanovitnostjo; izračun VaR-a temelji na metodi opisani v podpoglavju 2.2.4.
15. Filtrirano zgodovinsko simuliran VaR; izračun VaR-a temelji na metodi, opisani v podpoglavju 2.2.5.
16. Monte Carlo simuliran normalni linearni VaR; izračun VaR-a temelji na metodi opisani v podpoglavju 2.3.2.

Pri implementaciji so se pojavile naslednje tehnične ovire, ki v sami predstavitvi metod niso vidne:

- Metode, ki predpostavljajo večrazsežno Studentovo t porazdelitev donosov, potrebujejo v izračunu VaR-a informacijo o številu prostostnih stopenj porazdelitev. Ta mora biti za vse naložbe enaka (Alexander 2008c, 227). V implementiranih VaR modelih je to izračunano s pomočjo Matlabove funkcije `mle` (maximum likelihood estimates), na vsakem koraku zgodovinskega testa, na rekonstruirani porazdelitvi donosov portfelja (2.33).
- V VaR modelih, ki predpostavljajo Studentovo t porazdelitev donosov, so se pojavile težave na mestih, kjer je izračunano število prostostnih stopenj blizu 2, saj ima tam izraz za popravni koeficient v izračunu VaR-a (2.22) pol prve stopnje. Pri nekaterih drsečih oknih je izračunano število prostostnih stopenj manjše od 2, v tem primeru pa popravnega koeficienta niti ne moremo izračunati, saj je potem varianca Studentove t porazdelitve enaka ∞ ali pa sploh ni definirana.

Če ga v tem primeru kar enačimo z 1, so na grafih zgodovinskih testov za slovenski in nemški portfelj vidni nerealni skoki, ko se ν približa ali pade pod vrednost 2 (primer je na sliki 3.1).

Slika 3.1: Nerealni skoki VaR napovedi neizboljšanega Studentovega t linearnega VaR modela na slovenskem portfelju

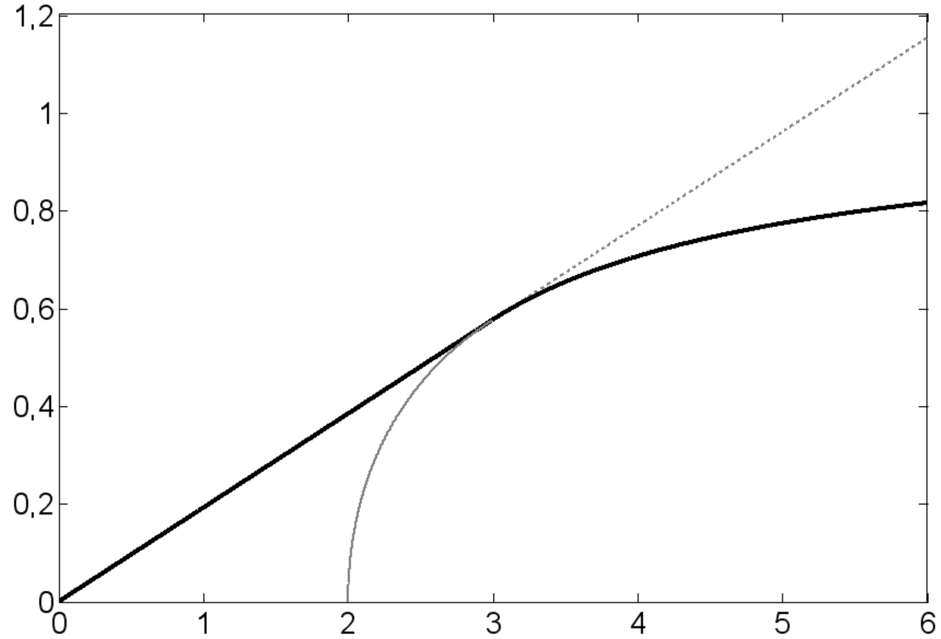


Vir: Lasten prikaz

Testirani VaR modeli, ki predpostavijo Studentovo t porazdelitev donosov, so zato izboljšani, da do teh nenadnih skokov ne pride. Popravni koeficient se za vrednosti $\nu \geq 3$ izračuna z izrazom (2.22), za vrednosti $\nu < 3$ pa se linearno interpolira s funkcijo $f(x) = \frac{\sqrt{3}}{9}x$. Graf sestavljenega predpisa, po katerem se računa popravni koeficient v izboljšanih Studentovih t linearnih VaR modelih je prikazan na sliki 3.2.

- Pri EWMA metodologiji so uporabljene konstante glajenja $\lambda = 0,94$ za dnevni napovedni horizont in $\lambda = 0,97$ za mesečnega. Te vrednosti priporoča RiskMetrics™, ki jih je izračunal z optimizacijo na njihovih časovnih vrstah (natančneje opisano v RiskMetrics, 97). Za ostale napovedne horizonte v literaturi ni bilo zaslediti priporočenih vrednosti, zato jih je bilo potrebno interpolirati glede na priporočeni vrednosti. Linearna interpolacija ni ustrezna, saj bi vrednosti za daljše napovedne horizonte hitro presegle omejitev $\lambda < 1$. Zato so za interpolacijo uporabljeni kubični zlepki, pri čemer pa sta potrebni več kot le 2 točki, da se interpolacija razlikuje od linearne. Tako je k vrednostim za dnevne in mesečne napovedi dodana še tretja točka ($h = 250, \lambda = 1$). Za napovedni horizont enega leta namreč ne bi bilo več smiselno donosov utežiti, temveč bi vsi nastopali enakovredno. Interpolirane konstante glajenja so za 5-dnevni napovedni horizont $\lambda = 0,9458224040$, za 10-dnevni $\lambda = 0,9536157880$ ter za kvartalno napoved $\lambda = 0,9808315331$.

Slika 3.2: Graf sestavljenega predpisa, po katerem se računa popravni koeficient v izboljšanih Studentovih t linearnih VaR modelih



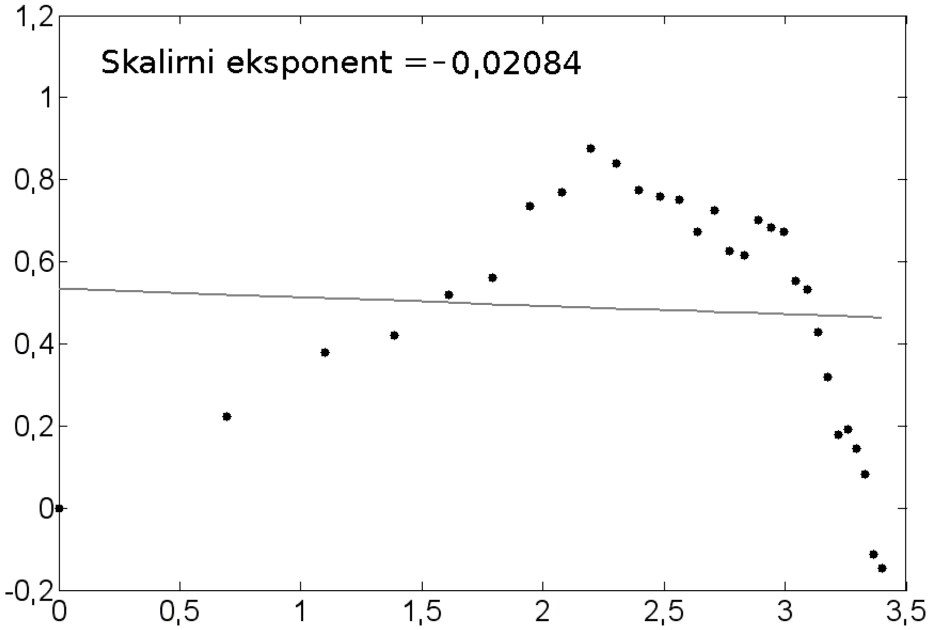
Vir: Lasten prikaz

- Avtokorelacijski koeficient ρ v VaR modelih, ki upoštevajo avtokorelacijo prvega reda, se izračuna na rekonstruirani porazdelitvi donosov portfelja (2.33).

- Za izračun α kvantilov je uporabljena Matlabova funkcija `quantile`, ki jih računa na drugačen način, kot je splošna definicija: za n-razsežni vektor X so rangirane vrednosti vzete kot $(0,5/n)$-, $(1,5/n)$-, ..., $([n–0,5]/n)$-ti kvantili, kvantili vmesnih verjetnosti pa se izračunajo z linearno interpolacijo.

- Večina zgodovinskih modelov predpostavi, da je porazdelitev rekonstruiranih donosov portfelja (2.33) stabilna in za skaliranje na daljši napovedni horizont uporabi pravilo skaliranja po potenčnem zakonu. Zato je potrebno izračunati skalirni eksponent ξ^{-1}. Implementacija metode, ki ga izračuna, pa je vsebovala precej ovir. Glede na teorijo bi se v tej metodi kvantili morali računati na h-dnevnevnih porazdelitvah donosov portfelja, brez prekrivanja. Za podatke velikosti 250 observacij to ni izvedljivo, saj bi kmalu zmanjkalo vrednosti v neprekrivajoči h-dnevni porazdelitvi in bi izračuni kvantilov postali zelo nestabilni. Zato se h-dnevni donosi izračunajo s prekrivanjem, čeprav lahko to povzroči popačenje repov porazdelitve. Ta problem je delno rešen s tem, da se metoda izvede za več različnih verjetnosti (0,005, 0,01, 0,025, 0,05, 0,075 in 0,1), za končni rezultat pa se vzame povprečje skalirnih eksponentov pri vsaki ponovitvi. Največji h, do katerega se metoda izvaja, je 30, lahko pa se zaključi že prej, saj se ponekod pričnejo pojavljati nerealne vrednosti za kvantile. Vrednosti, ki jih nanašamo na y-os grafa se pričnejo manjšati, intuitivno pa bi se morale večati (primer nerealnega izračuna je na sliki 3.3). Zato se metoda prekine, če je vrednost na y-osi manjša od prejšnje, ob pogoju, da je $h \geq 6$ (ta pogoj izhaja iz empiričnega testiranja metode, do kdaj še vrača ustrezne vrednosti). S temi omejitvami je metoda, kljub majhnemu obsegu podatkov, ki se na posameznem koraku zgodovinskega testa upoštevajo, stabilna in vrača konsistentne vrednosti.

Slika 3.3: Primer izračuna skalirnega eksponenta z napako, če metoda ne upošteva omejitvenih pogojev



Vir: Lasten prikaz

- Zgodovinski VaR z eksponentno uteženimi verjetnostmi donosov potrebuje določitev konstante glajenja λ, s katero nato utežimo verjetnosti donosov. Izbira te konstante ima v modelu velik vpliv in se določi *ad hoc*. Ker je namen diplomskega dela testiranje enostavnih VaR modelov, iskanju najustreznejših konstant glajenja ni posvečena posebna pozornost. Uporabljene so enake konstante glajenja kot v EWMA metodologiji.

3.4 Analiza rezultatov zgodovinskih testov

V tem podpoglavju so rezultati zgodovinski testov pregledno analizirani[2]. Besedilo se najlažje bere s hkratnim gledanjem prilog, saj se neposredno nanaša nanje. Analiza je pisana za vsak model (nekateri zelo podobni so analizirani skupaj) najprej za vsak portfelj, nato sledi subjektivna ocena pripadajočih grafov zgodovinskih testov in na koncu splošne ugotovitve glede modela.

Rezultati zgodovinskih testov se precej razlikujejo glede na portfelj. Najbolj odstopajo rezultati na slovenskem portfelju. Testiranje modelov na različnih portfeljih se je torej izkazalo za smiselno.

3.4.1 Parametrični linearni modeli

Normalni linearni VaR

Na slovenskem portfelju model predvsem podcenjuje tvegano vrednost. Za dnevni horizont jo podcenjuje pri stopnji zaupanja 99%, precenjuje pri 90% in daje ustrezne napovedi pri 95%. Če upoštevamo še neodvisnost kršitev, je model za vse kombinacije parametrov neustrezen. Za večdnevne horizonte skoraj povsod podcenjuje, z daljšanjem horizonta se večajo stopnje kršitev. Model za ta portfelj ni ustrezen že v nekriznem obdobju, še slabše napovedi daje v času finančne krize. Upoštevanje avtokorelacije prvega reda napovedi zelo izboljša, saj so ustreznejše za več kombinacij parametrov (predvsem v nekriznem obdobju) ali pa model podcenjuje tvegano vrednost izrazito manj, kot če avtokorelacije ne upoštevamo. Model še vedno podcenjuje tvegano vrednost pri visoki stopnji zaupanja. Eksponentna utežitev donosov (EWMA) ne prinese izboljšanja. Za večdnevne horizonte so stopnje kršitev celo malenkost višje, torej model tvegano vrednost še bolj podcenjuje, za dnevne napovedi pa je podcenjena pri stopnji zaupanja 99%. Model ne daje boljših rezultatov niti za pogojno pokritje pri dnevnih napovedih, kot bi pričakovali.

Na nemškem portfelju je model ustrezen v nekriznem in deloma v celotnem opazovanem obdobju, v času krize pa tvegano vrednost podcenjuje. Za dnevni horizont modela ne moremo zavrniti kot neustreznega v nekriznem obdobju, saj so tam P-vrednosti testnih statistik pogojnega pokritja dovolj visoke. Sicer je model na podlagi teh statistik neustrezen. Dobre napovedi daje za večdnevne horizonte, a ne v

[2] V nadaljevanju za napovedni horizont uporabljamo okrajšavo horizont, saj se ta besedna zveza mnogokrat ponovi, pomen pa je kljub okrajšavi jasen.

kriznem obdobju. Tvegano vrednost podcenjuje pri visoki stopnji zaupanja, ne glede na tržne razmere. Mesečne in kvartalne napovedi v času krize zelo podcenjujejo tvegano vrednost. Upoštevanje avtokorelacije prvega reda model na tem portfelju poslabša, saj so stopnje kršitev malenkost višje (podcenjevanje tvegane vrednosti je s tem večje), model pa se za nobeno kombinacijo parametrov ni izkazal ustreznejši. EWMA metodologija izračuna variančno-kovariančne matrike na tem portfelju prinese izboljšanje rezultatov testov pogojnega pokritja dnevnega horizonta pri stopnji zaupanja 90%, poslabša rezultate za nekrizno in celotno opazovano obdobje in ne prinese spremembe za krizno obdobje.

Na ameriškem portfelju je opazno precenjevanje tvegane vrednosti za večdnevne horizonte v nekriznem in celotnem opazovanem obdobju. Za dnevni horizont so napovedi ustrezne v nekriznem obdobju ter pri stopnji zaupanja 90% tudi v ostalih obdobjih. Tukaj so prav tako dobri razultati pogojnega pokritja. V času krize so napovedi dobre za večdnevne horizonte, a pri kvartalnem horizontu že podcenjujejo. Upoštevanje avtokorelacije prvega reda poviša stopnje kršitev, kar se nato kaže v ustreznih napovedih za celotno opazovano obdobje, kjer je navaden model precenjeval, in v podcenjevanju za krizno obdobje. EWMA metodologija izračuna variančno-kovariančne matrike se na tem portfelju izkaže smiselna, saj modela ne moremo zavrniti kot neustreznega niti za brezpogojno niti za pogojno pokritje pri stopnjah zaupanja 95% ter 90% (pri 99% model podcenjuje). Izboljšajo se tudi napovedi za večdnevne horizonte, celo mesečne in kvartalne so dobre ali rahlo podcenjujejo.

Normalni linearni VaR model na grafih zgodovinskih testov kaže neodzivnost na spremembe tržnih razmer. Z nastopom finančne krize poveča oceno tvegane vrednosti šele po nastopu številnih donosov z večjo magnitudo. Po obdobju povečane nestanovitnosti še dolgo precenjuje tvegano vrednost, viden je učinek duha. V nekriznem obdobju se napovedi dobro prilegajo dejanskim donosom, preseganja kršitev so majhna. V kriznem obdobju so ta preseganja velika, še posebej pri nizkih stopnjah zaupanja. Grafi modela, ki upošteva avtokorelacijo prvega reda, so zelo podobni grafom navadnega modela, grafi modela, ki uporablja EWMA metodologijo, pa se zelo razlikujejo. Na njih je vidna velika odzivnost modela, v vseh obdobjih. Preseganja kršitev so majhna, tudi v obdobju finančne krize, model pa hitro prepozna umiritev nestanovitnosti. Precenjevanje je vidno le za mesečni in kvartalni horizont, a preneha na postopen način, torej ta metodologija prepreči učinek duha za vse napovedne horizonte.

V splošnem je vidno podcenjevanje tvegane vrednosti pri stopnji zaupanja 99% ter za mesečne in kvartalne napovedi. Testi pogojnega pokritja za dnevni horizont sugerirajo neodvisnost kršitev v nekriznem obdobju, rezultati se še izboljšajo z utežitvijo donosov. Model ni ustrezen za obdobje finančne krize, saj takrat tvegano vrednost podcenjuje že za dnevni horizont, še bolj pa za večdnevne horizonte (razen na ameriškem portfelju, kjer pa v nekriznem obdobju model tvegano vrednost precenjuje). To je bilo pričakovano, glede na analizo logaritemskih donosov delnic uporabljenih v zgodovinskem testu (ničelna hipoteza o normalni porazdelitvi je bila za vse zavrnjena). Normalni linearni VaR zaradi prevelikega vpliva tržnih razmer na rezultate zgodovinskih testov ni zanesljiv, razen v kombinaciji z EWMA metodologijo za dnevno napovedovanje pri stopnji zaupanja 90%.

Studentov t linearni VaR

Na slovenskem portfelju model predvsem podcenjuje tvegano vrednost. Za dnevni horizont daje dobre napovedi le v nekriznem obdobju, če upoštevamo še neodvisnost kršitev, ga lahko za večino kombinacij parametrov zavrnemo kot neustreznega. Za večdnevne horizonte povsod podcenjuje, z daljšanjem horizonta se veča stopnja kršitev. Model za ta portfelj ni ustrezen že v nekriznem obdobju, še slabše napovedi daje v času finančne krize. Upoštevanje avtokorelacije prvega reda napovedi na tem portfelju izboljša, saj je potem model ustrezen še za nekatere napovedi v nekriznem obdobju, predvsem pri stopnji zaupanja 99%. Uporaba EWMA metodologije model poslabša do te mere, da ga le za eno kombinacijo parametrov ne moremo zavrniti kot neustreznega, sicer povsod podcenjuje (z približno enakimi deleži kršitev kot brez uporabe te metodologije).

Na nemškem portfelju model daje ustrezne napovedi v nekriznem obdobju (tudi za večdnevne horizonte), v celotnem opazovanem in kriznem obdobju ga zavrnemo kot neustreznega (povsod podcenjuje tvegano vrednost). Za dnevni horizont v nekriznem obdobju so sicer napovedi dobre tudi na podlagi testov pogojnega pokritja. Upoštevanje avtokorelacije prvega reda rezultate zgodovinskih testov ne izboljša. V nekriznem obdobju so stopnje kršitev podobne, v celotnem opazovanem in kriznem obdobju pa model tvegano vrednost podcenjuje še bolj. Utežitev donosov model izboljša za dnevni horizont pri stopnji zaupanja 99% v vseh obdobjih (tudi testi pogojnega pokritja so dobri). Za večdnevne horizonte uporaba te metodologije ni primerna, saj model tvegano vrednost skoraj povsod podcenjuje.

Na ameriškem portfelju je model večinoma ustrezen za 5- in 10-dnevne horizonte, sicer rezultati zgodovinskih testov kažejo na značilno neustreznost. Za dnevne horizonte je ustrezen v nekriznem obdobju, v ostalih obdobjih pa ni. Za večdnevne horizonte je opazno precenjevanje tvegane vrednosti pri visokih stopnjah zaupanja v nekriznem obdobju ter podcenjevanje mesečnih in kvartalnih napovedi v kriznem obdobju. Rezultati kažejo na ustreznost modela za 5- in 10-dnevne horizonte. Uporaba avtokorelacije prvega reda se kaže v višjih stopnjah kršitev, zato je model lahko zavrnjen za več kombinacij parametrov, kot pri navadnem modelu. Predvsem v obdobju finančne krize model ni več ustrezen. Utežitev donosov izboljša rezultate testov pogojnega pokritja dnevnih horizontov pri stopnji zaupanja 99% ter prepreči nekatera precenjevanja tvegane vrednosti v nekriznem obdobju, sicer pa modela ne izboljša.

Studentov t linearni VaR model ima grafe zgodovinskih testov podobne kot normalni linearni VaR model, s to razliko, da je učinek duha ob nizkih stopnjah zaupanja manj izrazit. Podobno se kaže neodzivnost modela na spremembe tržnih razmer, veliko preseganje kršitev ob nizkih stopnjah zaupanja, majhne spremembe pri upoštevanju avtokorelacije prvega reda ter na pogled dosti lepši grafi ob uporabi EWMA metodologije.

Modeli, ki predpostavijo Studentovo t porazdelitev donosov naložb portfelja, so ustreznejši od modelov, ki uporabljajo predpostavko normalne porazdelitve, pri stopnji zaupanja 99%. Pri tej stopnji smo model manjkrat zavrnili kot neustrezen ali pa je podcenjevanje tvegane vrednosti bilo manjše. To je bilo tudi za pričakovati, saj je analiza logaritemskih donosov nakazovala leptokurtičnost. Pri stopnjah zaupanja 95% ter 90% so stopnje kršitev bile malenkost višje in zato podcenjevanje tvegane vrednosti malenkost večje. V splošnem so Studentovi t linearni VaR modeli ustrezni v nekriznem obdobju, v celotnem opazovanem in kriznem obdobju pa tvegano vrednost podcenjujejo. Zaradi tega izrazitega vpliva tržnih razmer na rezultate zgodovinskih testov Studentov t linearni VaR model ni zanesljiv.

Gumbelov linearni VaR

Na slovenskem portfelju je vidno precenjevanje tvegane vrednosti za dnevni horizont in podcenjevanje za večdnevne horizonte. V obdobju finančne krize je sicer precenjevanje za dnevni horizont pri stopnjah zaupanja 95% in 99% še v območju, da modela ne zavrnemo. Model je ustrezen še za 5- in 10-dnevne napovedi pri stopnji zaupanja 99% v nekriznem in celotnem opazovanem obdobju. Za ostale kombinacije parametrov tvegano vrednost podcenjuje, a manj kot normalni ali Studentov t linearni VaR model. Upoštevanje avtokorelacije prvega reda na tem portfelju povzroči precenjevanje tvegane vrednosti pri najvišji testirani stopnji zaupanja v nekriznem in celotnem opazovanem obdobju ter še pri nekaterih drugih kombinacijah parametrov. Rezultati se izboljšajo za nekatere večdnevne napovedi, za kvartalni horizont pa model še vedno predvsem podcenjuje tvegano vrednost. Utežitev donosov se izkaže primerno za dnevni horizont, saj se tam rezultati izboljšajo ali pa se precenjevanje tvegane vrednosti zmanjša na že skoraj ustrezno raven. Za večdnevne horizonte uporaba te metodologije povsod podcenjuje tvegano vrednost z malo višjimi stopnjami kršitev kot navadni model.

Na nemškem portfelju model napoveduje tvegano vrednost večinoma ustrezno za kratke horizonte in večinoma podcenjuje za mesečni ter kvartalni horizont. Za dnevni horizont v nekriznem in celotnem opazovanem obdobju tvegano vrednost precenjuje, a še v statistično neznačilnih območjih. Testi pogojnega pokritja so dobri za dnevni horizont v nekriznem obdobju ter za ostali obdobji pri stopnji zaupanja 99%. Za večdnevne horizonte je v nekriznem obdobju model ustrezen ali rahlo precenjuje tvegano vrednost, v ostalih dveh obdobjih pa ne ustreza za mesečni in kvartalni horizont pri stopnjah zaupanja 95% ter 99%. Upoštevanje avtokorelacije prvega reda malenkost zviša stopnje kršitev in zato model podcenjuje tvegano vrednost v celotnem opazovanem in kriznem obdobju za mesečni in kvartalni horizont, sicer pa ne prinese sprememb rezultatov. Uporaba EWMA metodologije je na tem portfelju koristna za 5- in 10-dnevni horizont (rezultati so ustrezni v vseh obdobjih), za daljša horizonta pa rezultatov ne izboljša. Za dnevni horizont rahlo precenjuje tvegano vrednost pri najvišji testirani stopnji zaupanja, na ostalih dveh pa daje ustrezne napovedi, tudi na podlagi testov pogojnega pokritja.

Na ameriškem portfelju model večinoma precenjuje tvegano vrednost v nekriznem in celotnem opazovanem obdobju in to za vse horizonte. Tudi v kriznem obdobju se pojavi precenjevanje ob sicer dobrih napovedih. Za dnevne horizonte so dobri rezultati testiranj pogojnega pokritja v kriznem obdobju ter pri visokih stopnjah zaupanja še v ostalih obdobjih. Model na tem portfelju, za razliko od ostalih modelov, tvegane vrednosti ne podcenjuje, a jo po drugi strani preveč precenjuje. Upoštevanje avtokorelacije prvega reda rezultate le malo izboljša. Še vedno je izrazito precenjevanje tvegane vrednosti v nekriznem in celotnem opazovanem obdobju, v kriznem obdobju pa se na najdaljših horizontih in pri nizkih stopnjah zaupanja pojavi podcenjevanje. Uporaba EWMA metodologije se izkaže smiselna za dnevni horizont, kjer se izboljšajo predvsem rezultati testov pogojnega pokritja, ter za nekrizno obdobje, kjer ponekod prepreči precenjevanje tvegane vrednosti.

Gumbelov linearni VaR model ima grafe zgodovinskih testov podobne kot normalni linearni VaR model, le krivulja VaR napovedi poteka nižje. Podobno se kaže zapoznela reakcija modela na spremembe tržnih razmer (veliko kršitev z nastopom povečane nestanovitnosti, učinek duha). V nekriznem obdobju se napovedi ne prilegajo več lepo dejanskim donosom, temveč se tudi na grafih vidi precenjevanje tvegane vrednosti. Majhne spremembe so na grafih modela, ki upošteva avtokorelacijo prvega reda, na grafih modela, ki uporablja EWMA metodologijo pa je vidna izrazito izboljšana odzivnost.

Modeli, ki predpostavijo Gumbelovo porazdelitev donosov naložb portfelja, so ustreznejši od ostalih testiranih parametričnih modelov za večdnevne horizonte, saj tvegano vrednost napovedujejo ustrezneje ali jo podcenjujejo z nižjo stopnjo kršitev. Uporaba predpostavke negativne asimetrije in leptokurtičnosti donosov se je torej izkazala za smiselno. V nekriznem obdobju sicer model tvegano vrednost precenjuje. Rezultati zgodovinskih testov so še posebej dobri (tudi glede na pogojno pokritje) za dnevne horizonte ob uporabi EWMA metodologije. Ta model se je zaradi majhnega vpliva tržnih razmer na rezultate izkazal za zanesljivega za kratke horizonte.

3.4.2 Modeli zgodovinske simulacije

Zgodovinski VaR model

Na slovenskem portfelju je model ustrezen v nekriznem obdobju za 1-, 5- in 10-dnevne horizonte. Mesečne in kvartalne napovedi tvegano vrednost v tem obdobju precenjujejo. Za dnevni horizont so napovedi dobre za skoraj vse kombinacije parametrov, a le za teste brezpogojnega pokritja. V kriznem in celotnem opazovanem obdobju model večdnevne napovedi podcenjuje. Uporaba jedrne aproksimacije rezultatov zgodovinskih testov ne izboljša, niti pri visoki stopnji zaupanja.

Na nemškem portfelju so ustrezne 1- ter 5-dnevne napovedi in v nekriznem ter celotnem opazovanem obdobju tudi 10-dnevne napovedi. Za dnevni horizont pri stopnji zaupanja 99% ter ostalih stopnjah v nekriznem obdobju so ustrezni še rezultati pogojnega pokritja. Za mesečni horizont v nekriznem obdobju je tvegana vrednost precenjena, sicer pa večinoma podcenjena. Uporaba Gaussovega jedra daje zelo podobne rezultate (za 4 kombinacije parametrov boljše, 1 kombinacijo slabše in ostale enako ustrezne).

Na ameriškem portfelju je model ustrezen v nekriznem obdobju, razen za kvartalne napovedi, kjer tvegano vrednost precenjuje. V celotnem opazovanem in kriznem obdobju daje ustrezne napovedi predvsem pri nižjih stopnjah zaupanja (razen za mesečni horizont je neustrezen). Za dnevni horizont so dobri rezultati testov pogojnega pokritja pri stopnjah zaupanja 90% ter 99%. Uporaba Gaussovega jedra na tem portfelju vrne nekoliko nižje stopnje kršitev (za 5 kombinacij parametrov so nato rezultati ustreznejši, za 3 kombinacije pa se pojavi precenjevanje tvegane vrednosti).

Na grafih rezultatov zgodovinskih testov je viden izrazit učinek duha. Model se hitro odzove na povečanje nestanovitnosti, po umiritvi razmer pa dolgo precenjuje tvegano vrednost. V nekriznem obdobju se krivulja VaR napovedi lepo prilega dejanskim donosom. V kriznem obdobju so za mesečni in kvartalni horizont VaR napovedi nerealne, saj se približajo ali celo presežejo 100%, na njihovi krivulji pa se pojavijo veliki dnevni skoki, ki so verjetno posledica nedoslednosti metode izračuna skalirnega eksponenta. Grafi modela, ki uporablja Gaussovo jedrno aproksimacijo, so zelo podobni.

V splošnem je zgodovinski VaR model ustrezen v nekriznem obdobju za kratke horizonte. Še posebej učinkovit se je izkazal za dnevne napovedi, kjer ni večjih razlik med posameznimi obdobji. Model je tukaj zanesljiv. Uporaba Gaussovega jedra za natančnejše izračunavanje α kvantilov se je izkazalo za učinkovito, saj so rezultati malenkost boljši, le za redke kombinacije parametrov so slabši.

Zgodovinski VaR z eksponentno uteženimi verjetnostmi donosov

Na slovenskem portfelju model predvsem podcenjuje tvegano vrednost. Za dnevni horizont podcenjuje pri stopnji zaupanja 99% v vseh obdobjih ter pri ostalih stopnjah v celotnem opazovanem obdobju. Na podlagi testov pogojnega pokritja model za dnevni horizont v vseh obdobjih zavrnemo. Za večdnevne horizonte ima model na tem portfelju nekaj ustreznih napovedi v nekriznem obdobju, sicer tvegano vrednost podcenjuje, zelo v obdobju finančne krize – utežitev verjetnosti donosov na tem portfelju, pri testiranih konstantah glajenja ni delovala.

Na nemškem portfelju model predvsem podcenjuje tvegano vrednost. Podcenjevanje je izrazito pri stopnji zaupanja 99% za vse horizonte. Za dnevni horizont je model ustrezen v nekriznem obdobju pri stopnjah zaupanja 95% ter 90% in v kriznem obdobju pri stopnji zaupanja 90%, sicer tvegano vrednost podcenjuje. Za večdnevne horizonte se pojavi precenjevanje tvegane vrednosti za kvartalne napovedi v nekriznem obdobju ter nekaj ustreznih napovedi pri stopnji zaupanja 90%, večinoma pa model tvegano vrednost podcenjuje. Med obdobji ni večjih razlik za 1-, 5- in 10-dnevne horizonte. Eksponentna utežitev verjetnosti donosov na tem portfelju ni uspešna.

Na ameriškem portfelju model podcenjuje tvegano vrednost v celotnem opazovanem obdobju ter tudi v ostalih obdobjih pri visokih stopnjah zaupanja. Za dnevni horizont je model ustrezen v nekriznem in kriznem obdobju pri stopnjah zaupanja 95% ter 90% (tudi na podlagi testov pogojnega pokritja). Za večdnevne horizonte se je model, poleg pretežno podcenjevanja tvegane vrednosti, izkazal ustrezen za 10-dnevni horizont v kriznem obdobju ter za 65-dnevni horizont v nekriznem obdobju. Eksponentna utežitev verjetnosti donosov se je na tem portfelju izkazala za uspešno pri dolgih horizontih, saj model za razliko od ostalih modelov ni precenjeval tvegane vrednosti za mesečni in kvartalni horizont. Dobro je tudi, da za vse kombinacije parametrov ni velikih razlik med stopnjami kršitev za posamezna obdobja.

Na grafih rezultatov zgodovinskih testov zgodovinskega VaR modela z eksponentno uteženimi verjetnostmi donosov je vidno preveliko prileganje krivulje VaR napovedi dejanskim donosom. Pri najvišj stopnji zaupanja zato že malenkost večji negativni donos v nekriznem obdobju povzroči kršitev. Z nastopom finančne krize se ocene tvegane vrednosti hitro povečajo, nato pa v kratkem času ponovno zmanjšajo, zato večina večjih negativnih donosov vodi do kršitve napovedi. Utežitev verjetnosti donosov je zakrila učinek duha, vendar na način, da model prehitro zmanjša napovedi tvegane vrednosti. Za večdnevne horizonte so VaR napovedi v kriznem obdobju nerealne, saj se približajo ali presežejo 100%, njihova krivulja pa ponekod nenadoma poskoči.

V splošnem se model ni izkazal kot ustrezen pri stopnji zaupanja 99%, saj pri njej podcenjuje tvegano vrednost. Velika slabost modela je, da je neustrezen v celotnem opazovanem obdobju tudi pri ostalih stopnjah zaupanja. Model torej ni uporaben. Mogoče bi se ga dalo izboljšati z uporabo drugih konstant glajenja.

Zgodovinski VaR aproksimiran s Cornish-Fisherjevo razširitvijo

Na slovenskem portfelju za dnevni horizont model podcenjuje tvegano vrednost v celotnem opazovanem obdobju in jo ustrezno napoveduje v nekriznem ter kriznem obdobju (a le na podlagi testov brezpogojnega pokritja). Za večdnevne horizonte je ustrezen v nekriznem obdobju za 10- ter 25-dnevna horizonta in precenjuje tvegano vrednost v nekriznem obdobju za 65-dnevni horizont (podobno kot ostali zgodovinski modeli, ki uporabljajo pravilo skaliranja po potenčnem zakonu). Sicer tvegano vrednost podcenjuje.

Na nemškem portfelju je za dnevni horizont model ustrezen pri stopnji zaupanja 99% ter tudi pri ostalih stopnjah v nekriznem obdobju (na podlagi testov brezpogojnega in tudi pogojnega pokritja). V nekriznem obdobju je model ustrezen še za 5- in 10-dnevni horizont, pri mesečnem in kvartalnem pa se pojavi precenjevanje tvegane vrednosti. Model ni ustrezen v celotnem opazovanem in kriznem obdobju, kjer tvegano vrednost večinoma podcenjuje.

Na ameriškem portfelju je model ustrezen v nekriznem in celotnem opazovanem obdobju za 1-, 5- in 10-dnevni horizont ter v kriznem obdobju za 10-dnevni horizont. Sicer tvegano vrednost večinoma podcenjuje, še posebej v obdobju finančne krize.

Na grafih rezultatov zgodovinskih testov je pri najvišji testirani stopnji zaupanja opazen izrazit učinek duha. Ekstremno negativen donos pa se ne kaže le v nenadnem zmanjšanju VaR napovedi, ko več ni zajet z drsečim oknom, temveč že takoj po nastopu nenadoma poveča VaR napoved. V nekriznem obdobju se krivulja VaR napovedi lepo prilega dejanskim donosom, v kriznem obdobju pa obdobju povečane nestanovitnosti sledi precenjevanje tvegane vrednosti. Za mesečne in kvartalne horizonte je na grafih vidna poskočnost krivulje VaR napovedi (vrednosti se skokovito zelo spreminjajo), v času finančne krize pa se te napovedi gibljejo v nerealnih okvirjih, tudi čez 100%.

V splošnem je model ustrezen le za nekrizno obdobje, v obdobju finančne krize tvegano vrednost podcenjuje. Zaradi te razlike v napovedni moči med različnimi obdobji model ni zanesljiv.

Zgodovinski VaR s prilagojeno nestanovitnostjo

Na slovenskem portfelju je model ustrezen za dnevni horizont pri stopnji zaupanja 99% (pri ostalih stopnjah je podcenjevanje majhno) ter nekatere kombinacije parametrov v nekriznem obdobju. Sicer tvegano vrednost podcenjuje, še posebej v celotnem opazovanem in kriznem obdobju.

Na nemškem portfelju je model ustrezen za dnevni horizont v vseh obdobjih (na podlagi testov brezpogojnega in tudi pogojnega pokritja) ter za večdnevne horizonte v nekriznem obdobju. V celotnem opazovanem in kriznem obdobju za večdnevne horizonte model podcenjuje tvegano vrednost pri visokih stopnjah zaupanja.

Na ameriškem portfelju je model ustrezen za 1-, 5- in 10-dnevne horizonte v vseh obdobjih ter tudi za kvartalni horizont v nekriznem obdobju. Sicer tvegano vrednost podcenjuje, vendar z majhnim preseganjem stopenj kršitev (tudi v kriznem obdobju). Na tem portfelju ni večjih razlik med obdobji.

Na grafih rezultatov zgodovinskih testov se kaže izjemna odzivnost modela na spremembe tržnih razmer. Ekstremni donosi (negativni ter tudi pozitivni) zelo povečajo VaR napovedi, zato se te spreminjajo preveč skokovito, njihova krivulja pa poteka zelo nestanovitno. Za mesečni in kvartalni horizont, kjer model VaR izračuna po pravilu skaliranja po potenčnem zakonu, napovedi v času finančne krize poskočijo čez vse realne okvirje. Na slovenskem in nemškem portfelju celo presežejo 300% pri stopnji zaupanja 99%. V nekriznem obdobju se lepo prilegajo dejanskim donosom. Precenjevanje tvegane vrednosti na grafih ni opazno, saj model hitro zazna umiritev nestanovitnosti.

V splošnem je model zelo dober za dnevni horizont, saj nanj ne vplivajo tržne razmere. Hitro jim prilagodi napoved VaR vrednosti, zato so kršitve neodvisne (na kar kažejo ustrezni rezultati pogojnega pokritja). Pomanjkljivost modela, ki sledi iz tako velike odzivnosti, je skokovito spreminjanje VaR napovedi. Za kratke horizonte je torej model zanesljiv. Za večdnevne horizonte model ni ustrezen, saj so VaR napovedi že preveč nestanovitne, v času finančne krize pa dajejo nerealne ocene, večje od 100%.

Filtrirano zgodovinsko simuliran VaR

Na slovenskem portfelju so rezultati zgodovinskega testa ustrezni za dnevni horizont v nekriznem in kriznem obdobju ter pri stopnji zaupanja 90% v celotnem opazovanem obdobju. V ostalih primerih model tvegano vrednost podcenjuje, z daljšanjem horizonta vedno bolj.

Na nemškem portfelju je model ustrezen za dnevni (na podlagi testov brezpogojnega ter tudi pogojnega pokritja) in 5-dnevni horizont, v vseh obdobjih. Za daljše horizonte tvegano vrednost večinoma podcenjuje.

Na ameriškem portfelju so rezultati zgodovinskih testov ustrezni za 1-, 5- in 10-dnevni horizont v vseh obdobjih, za mesečnega in kvartalnega pa se v nekriznem in celotnem opazovanem obdobju poleg ustreznih rezultatov kaže precenjevanje tvegane vrednosti. Za dnevni horizont so rezultati ustrezni tudi na podlagi testov pogojnega pokritja.

Na grafih rezultatov zgodovinskih testov je vidna velika odzivnost modela. V nekriznem obdobju se krivulja VaR napovedi dobro prilega dejanskim donosom. V razmerah povečane nestanovitnosti se tudi VaR napovedi zelo povečajo, odziv modela je celo pretiran. Napovedi se zato spreminjajo zelo skokovito, za daljše horizonte pa v času finančne krize presežejo realne okvirje (kvartalne napovedi na slovenskem in nemškem portfelju že pri stopnji zaupanja 90% presežejo 100%, pri stopnji zaupanja 99% presežejo celo 350%).

V splošnem je model zanesljiv le za dnevne horizonte, saj se večdnevne VaR napovedi spreminjajo preveč skokovito, v kriznem obdobju pa so nerealne in zato neuporabne.

Metoda filtrirano zgodovinsko simuliranega VaR-a za izračun večdnevne tvegane vrednosti uporablja drugačen pristop kot ostale testirane zgodovinske metode. Namesto skalirnega pravila po potenčnem zakonu, simulira dnevne donose čez cel horizont, h-dnevnega pa izračuna kot njihovo vsoto. Zgodovinske metode, ki uporabljajo skaliranje, so se izkazale za neuporabne za dolge horizonte, saj so v času finančne krize modeli napovedovali VaR-e višje od 100%, napovedi pa so bile zelo spremenljive. Za večdnevne horizonte se filtrirano zgodovinsko simuliran VaR ni izkazal nič boljše. Tudi pri tem modelu napovedi v času finančne krize zelo skačejo, njihove vrednosti pa hitro pridejo izven uporabnih okvirjev.

3.4.3 Monte Carlo model

Monte Carlo simuliran normalni linearni VaR

Za dnevni horizont so rezultati na vseh portfeljih razumljivo zelo podobni rezultatom parametričnega normalnega linearnega VaR modela, saj razlike nastopijo le kot posledica simulacij. Za večdnevne horizonte, kjer se modela razlikujeta pri pristopu k izračunu večdnevnega VaR-a, so deleži kršitev pri Monte Carlo metodi večinoma nižji. Z daljšanjem horizonta se razlika veča. Dinamičen način simuliranja h-dnevnih donosov pri 1000 simulacijah torej daje drugačne rezultate kot uporaba skalirnega pravila kvadratnega korena iz časa. Za slovenski portfelj to pomeni manjše podcenjevanje tvegane vrednosti, ki pa je še vedno precejšnje in model na tem portfelju za večdnevne horizonte ni ustrezen. Na nemškem portfelju je Monte Carlo model ustrezen v nekriznem obdobju, v ostalih obdobjih ni pokazal boljših rezultatov testiranj kot parametrični model (stopnje kršitev v kriznem obdobju so občutno nižje, a je tvegana vrednost še vedno podcenjena). Na ameriškem portfelju Monte Carlo model za večino kombinacij parametrov za večdnevne horizonte tvegano vrednost precenjuje v nekriznem in celotnem opazovanem obdobju ter daje ustrezne napovedi v obdobju finančne krize.

Na grafih rezultatov zgodovinskih testov Monte Carlo simuliranega normalnega linearnega VaR modela je opazna nekonsistentnost VaR napovedi. To je posledica simulacij. Z daljšanjem horizonta se intenzivnost spreminjanja krivulje VaR napovedi povečuje, še posebej v kriznem obdobju. Dinamičen način simuliranja h-dnevnih donosov je zabrisal učinek duha, a model po umiritvi nestanovitnosti tvegano vrednost še vedno precenjuje dokler so ekstremni donosi zajeti z drsečim oknom, le spremembe so bolj postopne.

Uporaba Monte Carlo simuliranega normalnega linearnega VaR modela se v splošnem ni izkazala za učinkovito. Rezultati so sicer boljši od rezultatov parametričnega normalnega linearnega VaR modela, vendar je tvegana vrednost za večdnevne horizonte vseeno predvsem podcenjena. Monte Carlo model pa je precej kompleksnejši. Implementacija je zahtevnejša in uporablja simulacije naključnih števil. Te je potrebno generirati za vsako naložbo portfelja posebej za vsak posamezen dan napovednega horizonta. Časovna zahtevnost modela torej narašča z večanjem števila teh parametrov[3]. Pri večjih portfeljih in daljših horizontih bi model potreboval visoko zmogljivo tehnično podporo, sicer bi bil prepočasen.

[3]Pri konkretnem testiranju modela se je program za zgodovinski test ($\approx$ 2250 primerjav) na računalniku izvajal (celotno opazovano obdobje, $h = 65$ dni, portfelj sestavljen iz 6 delnic, 1000 simulacij) okoli 18 ur, medtem ko se parametrični pri enakih pogojih izvaja nekaj sekund.

Poglavje 4

Sklep

Po pregledu rezultatov zgodovinskih testov vseh modelov lahko trdimo, da noben izmed testiranih modelov ni univerzalno uporaben v vseh situacijah, temveč je izbira modela odvisna od namena uporabe. Za ocenjevanje dnevnega VaR-a so se najbolj izkazali modeli zgodovinske simulacije, še posebej zgodovinski VaR s prilagojeno nestanovitnostjo ter filtrirano zgodovinsko simuliran VaR. Ta dva modela sta se izkazala za zanesljiva tudi, če smo upoštevali neodvisnost kršitev, napovedi VaR vrednosti pa sta hitro prilagodila spremembam tržnih razmer. Modeli zgodovinske simulacije (razen modela, ki uteži verjetnosti donosov in modela, ki uporablja Cornish-Fisherjevo razširitev) so imeli dobro lastnost, da nanje ni izrazito vplivalo obdobje, v katerem so bili testirani (stopnje kršitev so v vseh približno enake). Je pa pri njih bilo nekaj podcenjevanja tvegane vrednosti pri stopnji zaupanja 99%. Za napovedovanje dnevnega VaR-a pri tej stopnji je najboljši Gumbelov linearni VaR model, še posebej v kombinaciji z uporabo EWMA metodologije izračuna variančno-kovariančne matrike. Ta model sicer rahlo precenjuje tvegano vrednost, a v takšnih okvirjih, da je pri tej stopnji zaupanja najustreznejši, ne glede na tržne razmere.

Tudi za 10-dnevni napovedni horizont se je ta model izkazal kot najustreznejši na razvitih trgih, na slovenskem (razvijajočem se) pa je glede na stopnje kršitev, ob predpostavki Gumbelove porazdelitve donosov, namesto EWMA metodologije, boljše upoštevati avtokorelacijo prvega reda (tudi za druga testirana parametrična modela se je upoštevanje avtokorelacije izkazalo za uporabno le na tem portfelju). Uporaba EWMA metodologije pa modelu zelo izboljša odzivnost na spremembe tržnih razmer in zato je vseeno v splošnem za merjenje kapitalskih zahtev za tržno tveganje z internim modelom najboljša uporaba Gumbelovega linearnega VaR modela z EWMA metodologijo izračuna variančno-kovariančne matrike.

Napovedovanje tvegane vrednosti za dolge napovedne horizonte se je izkazalo za težavno. Za mesečni ter kvartalni napovedni horizont se namreč noben izmed testiranih modelov ni izkazal za zanesljivega na različnih portfeljih. Ob analiziranju stopenj kršitev VaR napovedi za tako dolga napovedna horizonta moramo sicer upoštevati, da smo se z drsečim oknom premikali le za dan in so zato kršitve bile avtokorelirane, a če bi te modele uporabljali pri konkretnem dnevnem upravljanju s tveganji, bi imeli podobno situacijo. Za vse modele se je pokazalo, da ali tvegano vrednost podcenjujejo ali pa so preveč previdni in se zato pojavi precenjevanje. Tržne razmere so za dolge napovedne horizonte imele velik vpliv na stopnje kršitev pri vseh modelih.

Iz grafov rezultatov zgodovinskih testov smo razbrali, da so za tako dolge napovedne horizonte neprimerni modeli zgodovinske simulacije, saj so njihove napovedi izven uporabnih okvirjev. Skaliranje z izračunanimi skalirnimi eksponenti po potenčnem zakonu je torej za dolge napovedne horizonte neustrezno, boljši ni niti filtrirano zgodovinsko simuliran VaR model, ki uporabi drugačen pristop. Še posebej slabi so modeli, ki so za dnevne napovedi zelo odzivni na spremembe tržnih razmer. Uporabne napovedi za dolge napovedne horizonte dajejo parametrični linearni modeli, ki skalirajo po pravilu kvadratnega korena iz časa, najboljše Gumbelov linearni VaR model. Za tako dolge napovedne horizonte pa več ni smiselna uporaba EWMA metodologije, ki odseva trenutne tržne razmere, temveč je smiselneje upoštevati avtokorelacijo prvega reda. Za ocenjevanje mesečnega ali kvartalnega VaR-a se je tako izmed testiranih VaR modelov najbolj izkazal Gumbelov linearni VaR model z upoštevanjem avtokorelacije prvega reda.

Monte Carlo simulacijski model, ki predpostavlja normalno porazdelitev donosov portfelja, h-dnevne donose pa simulira na dinamičen način, je sicer izboljšal rezultate primerljivega parametričnega modela ter odpravil učinek duha, a z naraščanjem kompleksnosti portfelja postane ta model za večdnevne napovedne horizonte časovno prezahteven.

Iz grafov rezultatov zgodovinskih testov razberemo še slabost testiranih modelov, da noben ni bil sposoben predvideti finančne krize, preden se je ta odrazila na povečani nestanovitnosti cen delnic. Pri vseh so se pojavile kršitve ob prvih večjih negativnih donosih, le reakcije nanje so bile različne. Da bi model bil sposoben prej zaznati spremembe tržnih razmer in še pravočasno povečati VaR napovedi, bi moral v izračunu VaR-a upoštevati še dejavnike tveganja, s katerimi se kriza prej zazna, ne le spremembe cen.

Pri implementaciji testiranih VaR modelov so se pojavile nekatere tehnične ovire. Tako je bilo potrebno zaradi nastopanja pola prve stopnje v izrazu za izračun VaR-a izboljšati Studentove t linearne VaR modele, saj so se sicer pojavili nerealni skoki v VaR napovedih. Metodo, ki pri modelih zgodovinske simulacije izračuna skalirni eksponent, je bilo potrebno izboljšati s ponavljanjem izračunov za različne verjetnosti, ob nekaterih omejitvah. Metoda sicer ni vračala konsistentnih in realnih vrednosti. Za napovedne horizonte, kjer v virih ni bilo zaslediti priporočenih konstant glajenja v EWMA metodologiji, so se vrednosti interpolirale s kubičnimi zlepki.

V prihodnjih raziskavah zanesljivosti VaR modelov bi bilo zanimivo testirati take ekonometrične modele, ki upoštevajo več dejavnikov tveganja. Zanimivo bi bilo testirati tudi modele, ki upoštevajo različen vpliv velikih pozitivnih in negativnih donosov na nadaljnji potek nestanovitnosti.

Slovar

asset – naložba, sredstva
backtest – zgodovinski test
coverage test – test pokritja
exponentially weighted moving average – eksponentno utežena drseča sredina
ghost effect – učinek duha
independence of exceedances test – test neodvisnosti kršitev
market risk metric – mera tržnega tveganja
maximum likelihood estimation method – metoda največjega verjetja
observation period – obdobje opazovanja
power law scaling rule – pravilo skaliranja po potenčnem zakonu
return – donos
risk horizon – napovedni horizont
rolling window - drseče okno
smoothing constant – konstanta glajenja
square-root-of-time scaling rule – skalirno pravilo kvadratnega korena iz časa
Value-at-Risk – tvegana vrednost
volatility clustering – kopičenje nestanovitnosti

Literatura

Alexander, C. (2008a). *Market Risk Analysis, Volume I: Quantitative Methods in Finance*. Chichester: John Wiley & Sons Ltd.

Alexander, C. (2008b). *Market Risk Analysis, Volume II: Practical Financial Econometrics*. Chichester: John Wiley & Sons Ltd.

Alexander, C. (2008c). *Market Risk Analysis, Volume IV: Value-at-Risk Models*. Chichester: John Wiley & Sons Ltd.

Barone-Adesi, G., K. Giannopoulos, in L. Vosper (1998). Don't look back. *Risk 11*, 100–103.

Barone-Adesi, G., K. Giannopoulos, in L. Vosper (1999). VaR without correlations for nonlinear portfolios. *Journal of Futures Markets* (19), 583–602.

Basel Committee on Banking Supervision (2006). International convergence of capital measurement and capital standards: A revised framework (comprehensive version). Dostopno na `http://www.bis.org` [2.5.2010].

Blanco, C. in M. Oks (2004). Backtesting VaR models: Quantitative and Qualitative Tests. *The Risk Desk IV*(1).

Bollerslev, T. (1986). Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity. *Journal of Econometrics* (31), 307–327.

Boudoukh, J., M. Richardson, in R. Whitelaw (1998). The best of both worlds. *Risk 11* (5), 64–67.

Christoffersen, P. (1998). Evaluating interval forecasts. *International Economic Review* (39), 841–862.

Cornish, E. A. in R. A. Fisher (1937). Moments and cumulants in the specification of distributions. *Review of the International Statistical Institute* (5), 307–320.

Dowd, K. (2005). *Measuring Market Risk* (2nd ed.). Chichester: John Wiley & Sons Ltd.

Duffie, D. in J. Pan (1997). An overview of value at risk. *Journal of Derivatives* (Spring), 7–49. Ponatisnjeno (2001) v G. Constantinides and A.G. Malliaris (eds). *Options Markets*. Cheltenham: Edward Elgar.

Gujarati, D. N. (2004). *Basic Econometrics* (4th ed.). Boston: McGraw-Hill.

Hull J. in A. White (1998). Incorporating volatility updating into the historical simulation method for value-at-risk. *Journal of Risk 1* (1), 5–19.

J.P. Morgan in Reuters (1996). *RiskMetrics – Technical Document* (4th ed.). New York: Morgan Guaranty Trust Company. Dostopno na `www.riskmetrics.com` [8.1.2010].

Košmelj, B., F. Arh, A. D. Urbanc, A. Ferligoj, in M. Omladič (2002). *Statistični terminološki slovar – Razširjena izdaja z dodanim slovarjem ustreznikov v angleščini.* Ljubljana: Statistično društvo Slovenije, Študentska založba.

Kupiec, P. (1995). Techniques for verifying the accuracy of risk measurement models. *Derivatives* (2), 173–184.

Phillips, L. (2007). Lecture 5 (online). *Economics 240C, Spring 2007.* Dostopno na `http://www.econ.ucsb.edu/~llad/econ240cs07/` [6.7.2010].

Priloge

V prilogah 1, 2 in 3 so v tabelah prikazani rezultati zgodovinskih testov VaR modelov na izbranih portfeljih delnic. Celice, v katerih so deleži kršitev VaR napovedi, so obarvane glede na test brezpogojnega pokritja. Pomen barv je razložen v tabeli 4.1. Za dnevni napovedni horizont so deleži označeni še z zvezdico, če je P-vrednost pogojnega pokritja večja od 5% (oba testa sta bila izvedena pri stopnji značilnosti 5%). Modeli so za večjo preglednost tabel označeni s števili, z dodano oznako za obdobje testiranja. Natančni pomeni oznak so razložene v tabeli 4.1, (npr. M1a pomeni normalni linearni VaR model v celotnem opazovanem obdobju). V zgornjih vrsticah sta označena napovedni horizont ter stopnja tveganja, na katera se nanašajo deleži kršitev v ustreznem stolpcu.

V prilogi 4 so prikazani grafi zgodovinskih testov VaR modelov. Ker je vseh preveč, so priloženi le grafi za slovenski portfelj za 1- ter 10-dnevni napovedni horizont. Vsaka slika je sestavljena iz treh grafov. Prvi se razprostira čez celotno širino slike in se nanaša na stopnjo zaupanja 99%. Na njegovem vrhu so v prvi vrstici zapisani ime modela ter parametri modela (v vrstnem redu: obdobje opazovanja oziroma velikost drsečega okna podatkov, napovedni horizont, stopnja tveganja, če jo model uporablja, še konstanta glajenja), v drugi vrstici pa rezultati zgodovinskih testov v celotnem opazovanem obdobju (za dnevni horizont v vrstnem redu: delež kršitev, P-vrednost brezpogojnega pokritja, P-vrednost pogojnega pokritja; za 10-dnevni horizont v vrstnem redu: delež kršitev, P-vrednost brezpogojnega pokritja). Na spodnjih, manjših grafih sta prikazana grafa pri stopnjah zaupanja 95% ter 90%. Na njunih vrhovih so v prvi vrstici zapisani parametri modela, v drugi vrstici pa rezultati zgodovinskih testov v celotnem opazovanem obdobju. Za dnevni horizont so pri najvišji testirani stopnji zaupanja označeni točni datumi kršitev VaR napovedi, sicer so kršitve označene le z modro piko, letna časovnica pa v spodnjem delu grafov. Na abscisni osi grafov so zaporedne oznake v časovni vrsti, na ordinatni osi pa relativne spremembe. Krivulja zelene barve so donosi portfelja, krivulja rdeče barve pa VaR napovedi.

Tabela 4.1: Pomen oznak v prilogah 1, 2 in 3

Oznaka	Pomen
M1	Normalni linearni VaR
M2	Normalni linearni VaR z upoštevanjem avtokorelacije prvega reda
M3	Normalni linearni VaR, variančno-kovariančna matrika računana z EWMA metodologijo
M4	Studentov t linearni VaR
M5	Studentov t linearni VaR z upoštevanjem avtokorelacije prvega reda
M6	Studentov t linearni VaR, variančno-kovarianča matrika računana z EWMA metodologijo
M7	Gumbelov linearni VaR
M8	Gumbelov linearni VaR z upoštevanjem avtokorelacije prvega reda
M9	Gumbelov linearni VaR, variančno-kovariančna matrika računana z EWMA metodologijo
M10	Zgodovinski VaR
M11	Zgodovinski VaR aproksimiran z Gaussovim jedrom
M12	Zgodovinski VaR z eksponentno uteženimi verjetnostmi donosov
M13	Zgodovinski VaR aproksimiran s Cornish-Fisherjevo razširitvijo
M14	Zgodovinski VaR s prilagojeno nestanovitnostjo
M15	Filtrirano zgodovinsko simuliran VaR
M16	Monte Carlo simuliran normalni linearni VaR
a	Celotno opazovano obdobje
b	Nekrizno obdobje
c	Krizno obdobje
	P-vrednost brezpogojnega pokritja $> 5\%$
	P-vrednost brezpogojnega pokritja $\leq 5\%$, model podcenjuje VaR
	P-vrednost brezpogojnega pokritja $\leq 5\%$, model precenjuje VaR
*	P-vrednost pogojnega pokritja $> 5\%$

Priloga 1: Rezultati zgodovinskih testov na slovenskem portfelju

	h=1			h=5			h=10			h=25			h=65		
	0,01	0,05	0,1	0,01	0,05	0,1	0,01	0,05	0,1	0,01	0,05	0,1	0,01	0,05	0,1
M1a	0,024	0,053	0,083	0,036	0,077	0,120	0,046	0,094	0,140	0,054	0,127	0,195	0,106	0,179	0,244
M1b	0,025	0,047	0,078	0,029	0,082	0,130	0,044	0,090	0,137	0,044	0,138	0,194	0,110	0,153	0,239
M1c	0,029	0,060	0,087	0,048	0,082	0,122	0,069	0,124	0,166	0,085	0,174	0,272	0,191	0,294	0,343
M2a	0,024	0,053	0,083	0,017	0,051	0,085	0,018	0,059	0,096	0,022	0,076	0,129	0,048	0,130	0,179
M2b	0,025	0,047	0,078	0,011	0,047	0,084	0,012	0,047	0,085	0,020	0,049	0,117	0,039	0,114	0,142
M2c	0,029	0,060	0,087	0,034	0,062	0,093	0,038	0,088	0,126	0,037	0,132	0,180	0,106	0,223	0,272
M3a	0,021	0,053	0,091	0,042	0,089	0,127	0,051	0,096	0,140	0,068	0,136	0,180	0,089	0,178	0,247
M3b	0,021	0,056	0,090	0,045	0,097	0,134	0,057	0,094	0,141	0,073	0,161	0,199	0,118	0,184	0,249
M3c	0,027	0,063	0,100	0,063	0,110	0,141	0,085	0,128	0,159	0,118	0,188	0,238	0,154	0,282	0,356
M4a	0,018	0,066	0,121	0,025	0,103	0,167	0,030	0,116	0,178	0,035	0,159	0,231	0,071	0,207	0,293
M4b	0,015*	0,065	0,118	0,021	0,117	0,188	0,033	0,106	0,186	0,032	0,150	0,227	0,084	0,170	0,277
M4c	0,022	0,070	0,130	0,037	0,106	0,177	0,049	0,158	0,209	0,056	0,242	0,319	0,130	0,328	0,433
M5a	0,018	0,066	0,121	0,011	0,068	0,126	0,007	0,076	0,130	0,008	0,094	0,177	0,030	0,149	0,231
M5b	0,015*	0,065	0,118	0,004	0,068	0,129	0,005	0,059	0,114	0,011	0,066	0,144	0,017	0,122	0,181
M5c	0,022	0,070	0,130	0,026	0,080	0,136	0,016	0,117	0,169	0,015	0,154	0,265	0,077	0,249	0,361
M6a	0,016	0,072	0,136	0,030	0,108	0,175	0,038	0,115	0,194	0,047	0,155	0,226	0,066	0,209	0,297
M6b	0,015	0,078	0,140	0,033	0,122	0,195	0,044	0,109	0,207	0,049	0,176	0,227	0,080	0,201	0,285
M6c	0,022	0,087	0,150	0,051	0,125	0,194	0,065	0,152	0,223	0,092	0,210	0,305	0,124	0,323	0,427
M7a	0,010	0,038	0,080	0,014	0,060	0,117	0,012	0,076	0,136	0,013	0,099	0,189	0,040	0,144	0,239
M7b	0,005	0,032	0,077	0,009	0,064	0,126	0,013	0,072	0,134	0,020	0,109	0,191	0,037	0,137	0,226
M7c	0,012	0,043	0,082	0,029	0,071	0,121	0,019	0,099	0,162	0,021	0,133	0,266	0,087	0,243	0,342
M8a	0,010	0,038	0,080	0,006	0,036	0,083	0,001	0,043	0,095	0,002	0,057	0,123	0,014	0,105	0,176
M8b	0,005	0,032	0,077	0,001	0,027	0,080	0,000	0,036	0,084	0,000	0,039	0,110	0,000	0,093	0,142
M8c	0,012	0,043	0,082	0,016	0,052	0,091	0,004	0,069	0,126	0,005	0,099	0,173	0,043	0,195	0,266
M9a	0,008	0,041	0,088	0,020	0,069	0,126	0,024	0,078	0,136	0,023	0,108	0,177	0,048	0,138	0,243
M9b	0,008*	0,040	0,085	0,021	0,069	0,133	0,023	0,082	0,134	0,029	0,129	0,194	0,053	0,158	0,243
M9c	0,014	0,047	0,100	0,037	0,089	0,140	0,049	0,118	0,155	0,043	0,161	0,236	0,096	0,231	0,353
M10a	0,016	0,060	0,108	0,016	0,076	0,132	0,016	0,075	0,130	0,012	0,072	0,136	0,020	0,074	0,130
M10b	0,012*	0,057	0,104	0,005	0,065	0,141	0,011	0,049	0,116	0,001	0,031	0,093	0,000	0,017	0,073
M10c	0,016	0,062	0,106	0,033	0,087	0,136	0,029	0,115	0,163	0,027	0,126	0,217	0,062	0,180	0,269
M11a	0,015	0,058	0,099	0,014	0,071	0,125	0,015	0,071	0,121	0,012	0,069	0,121	0,020	0,069	0,123
M11b	0,012*	0,057	0,094	0,004	0,065	0,132	0,009	0,048	0,106	0,001	0,031	0,073	0,000	0,019	0,069
M11c	0,015	0,059	0,102	0,030	0,078	0,132	0,026	0,113	0,158	0,027	0,121	0,202	0,063	0,166	0,261
M12a	0,030	0,062	0,113	0,037	0,082	0,129	0,033	0,077	0,122	0,018	0,081	0,128	0,024	0,076	0,127
M12b	0,027	0,065	0,117	0,032	0,085	0,136	0,024	0,066	0,104	0,012	0,055	0,098	0,000	0,039	0,070
M12c	0,032	0,058	0,104	0,052	0,099	0,152	0,065	0,113	0,157	0,037	0,139	0,199	0,074	0,170	0,268
M13a	0,016	0,062	0,119	0,016	0,079	0,142	0,013	0,078	0,139	0,012	0,076	0,140	0,022	0,075	0,142
M13b	0,020	0,063	0,105	0,011	0,077	0,149	0,009	0,055	0,118	0,005	0,033	0,080	0,000	0,023	0,072
M13c	0,015	0,065	0,120	0,026	0,084	0,154	0,026	0,117	0,177	0,030	0,141	0,240	0,069	0,174	0,279
M14a	0,021	0,060	0,106	0,031	0,080	0,129	0,031	0,081	0,123	0,027	0,082	0,134	0,033	0,072	0,118
M14b	0,020	0,059	0,106	0,029	0,076	0,128	0,027	0,060	0,101	0,020	0,047	0,116	0,013	0,035	0,073
M14c	0,026	0,069	0,109	0,047	0,104	0,163	0,058	0,125	0,172	0,055	0,162	0,217	0,088	0,173	0,265
M15a	0,017	0,061	0,108	0,038	0,094	0,147	0,046	0,105	0,157	0,064	0,133	0,197	0,101	0,175	0,249
M15b	0,019*	0,060*	0,101	0,039	0,098	0,153	0,037	0,093	0,158	0,057	0,146	0,199	0,106	0,182	0,261
M15c	0,015*	0,060	0,115	0,051	0,106	0,176	0,063	0,140	0,184	0,095	0,180	0,268	0,181	0,266	0,337
M16a	0,024	0,052	0,082	0,035	0,077	0,120	0,042	0,093	0,139	0,051	0,117	0,181	0,080	0,144	0,196
M16b	0,024	0,045	0,080	0,032	0,085	0,128	0,043	0,090	0,132	0,043	0,130	0,186	0,106	0,144	0,191
M16c	0,029	0,058	0,088	0,048	0,084	0,121	0,063	0,121	0,168	0,070	0,162	0,245	0,129	0,239	0,295

Vir: Lasten izračun

Priloga 2: Rezultati zgodovinskih testov na nemškem portfelju

	h=1			h=5			h=10			h=25			h=65		
	0,01	0,05	0,1	0,01	0,05	0,1	0,01	0,05	0,1	0,01	0,05	0,1	0,01	0,05	0,1
M1a	0,022	0,058	0,096	0,024	0,054	0,099	0,023	0,058	0,097	0,034	0,075	0,112	0,036	0,104	0,155
M1b	0,018*	0,047*	0,083*	0,016	0,043	0,088	0,016	0,052	0,099	0,020	0,038	0,068	0,020	0,068	0,099
M1c	0,027	0,074	0,110	0,032	0,069	0,126	0,038	0,078	0,120	0,064	0,122	0,165	0,066	0,141	0,225
M2a	0,022	0,058	0,096	0,027	0,059	0,102	0,025	0,062	0,103	0,039	0,078	0,121	0,044	0,110	0,163
M2b	0,018*	0,047*	0,083*	0,018	0,051	0,086	0,017	0,053	0,100	0,020	0,036	0,079	0,023	0,066	0,109
M2c	0,027	0,074	0,110	0,037	0,074	0,134	0,042	0,087	0,133	0,076	0,130	0,179	0,088	0,157	0,233
M3a	0,019	0,062	0,107*	0,025	0,069	0,107	0,033	0,070	0,111	0,044	0,099	0,140	0,048	0,118	0,167
M3b	0,026	0,062*	0,100*	0,029	0,074	0,116	0,034	0,078	0,120	0,031	0,081	0,124	0,020	0,104	0,143
M3c	0,014*	0,074	0,122*	0,023	0,078	0,123	0,039	0,083	0,124	0,062	0,137	0,189	0,066	0,137	0,206
M4a	0,018	0,066	0,114	0,019	0,063	0,118	0,021	0,065	0,116	0,031	0,080	0,128	0,023	0,107	0,166
M4b	0,014*	0,053*	0,088*	0,012	0,048	0,099	0,012	0,053	0,107	0,016	0,038	0,083	0,007	0,070	0,112
M4c	0,022	0,088	0,145	0,027	0,085	0,154	0,034	0,092	0,154	0,060	0,129	0,187	0,051	0,143	0,231
M5a	0,018	0,066	0,114	0,023	0,066	0,121	0,022	0,072	0,121	0,035	0,087	0,137	0,030	0,114	0,176
M5b	0,014*	0,053*	0,088*	0,013	0,053	0,098	0,013	0,055	0,108	0,017	0,040	0,090	0,007	0,069	0,118
M5c	0,022	0,088	0,145	0,035	0,091	0,160	0,038	0,103	0,165	0,069	0,139	0,204	0,070	0,161	0,245
M6a	0,011*	0,073	0,132	0,020	0,074	0,130	0,028	0,076	0,132	0,034	0,104	0,154	0,026	0,124	0,180
M6b	0,016*	0,065*	0,113*	0,021	0,074	0,126	0,029	0,083	0,129	0,026	0,082	0,138	0,003	0,111	0,146
M6c	0,005*	0,099	0,162	0,019	0,092	0,157	0,031	0,095	0,160	0,049	0,142	0,206	0,057	0,139	0,225
M7a	0,007*	0,047	0,093	0,009	0,039	0,097	0,012	0,043	0,094	0,013	0,059	0,108	0,002	0,082	0,151
M7b	0,003	0,039*	0,082*	0,004	0,034	0,087	0,005	0,035	0,095	0,008	0,031	0,061	0,000	0,055	0,096
M7c	0,012*	0,061	0,104	0,012	0,049	0,120	0,019	0,061	0,118	0,016	0,101	0,162	0,005	0,120	0,218
M8a	0,007*	0,047	0,093	0,010	0,042	0,100	0,016	0,047	0,099	0,017	0,061	0,118	0,006	0,085	0,160
M8b	0,003	0,039*	0,082*	0,004	0,030	0,085	0,007	0,044	0,095	0,009	0,031	0,075	0,000	0,057	0,103
M8c	0,012*	0,061	0,104	0,018	0,057	0,130	0,026	0,065	0,130	0,026	0,106	0,175	0,018	0,130	0,231
M9a	0,004	0,042	0,102*	0,010	0,050	0,104	0,013	0,053	0,110	0,013	0,079	0,138	0,003	0,097	0,161
M9b	0,005	0,042*	0,099*	0,012	0,048	0,112	0,012	0,056	0,117	0,009	0,056	0,122	0,000	0,078	0,140
M9c	0,003*	0,049*	0,116*	0,008	0,055	0,119	0,012	0,065	0,124	0,014	0,112	0,188	0,008	0,116	0,196
M10a	0,012*	0,057	0,109	0,015	0,054	0,107	0,020	0,058	0,104	0,033	0,076	0,114	0,014	0,095	0,146
M10b	0,009*	0,044*	0,083*	0,009	0,043	0,087	0,012	0,048	0,086	0,026	0,034	0,044	0,013	0,047	0,066
M10c	0,015*	0,069	0,129	0,023	0,064	0,124	0,032	0,070	0,129	0,054	0,111	0,153	0,015	0,111	0,147
M11a	0,010*	0,054	0,101	0,014	0,051	0,099	0,018	0,053	0,098	0,030	0,070	0,107	0,011	0,089	0,135
M11b	0,005*	0,042*	0,082*	0,009	0,042	0,079	0,009	0,039	0,081	0,023	0,033	0,042	0,005	0,044	0,062
M11c	0,015*	0,068	0,118	0,022	0,060	0,119	0,028	0,070	0,124	0,046	0,107	0,146	0,012	0,108	0,139
M12a	0,033	0,066	0,115	0,035	0,069	0,114	0,033	0,074	0,108	0,048	0,084	0,121	0,023	0,098	0,138
M12b	0,033	0,061*	0,111*	0,031	0,068	0,122	0,025	0,068	0,120	0,023	0,051	0,082	0,003	0,053	0,074
M12c	0,030	0,073	0,122*	0,039	0,069	0,119	0,043	0,087	0,115	0,066	0,124	0,168	0,051	0,095	0,130
M13a	0,008*	0,061	0,116	0,013	0,054	0,116	0,016	0,056	0,119	0,031	0,064	0,119	0,016	0,080	0,162
M13b	0,010*	0,046*	0,085*	0,009	0,044	0,085	0,009	0,044	0,086	0,027	0,034	0,043	0,012	0,049	0,066
M13c	0,011*	0,080	0,147	0,020	0,069	0,153	0,026	0,083	0,160	0,039	0,111	0,171	0,014	0,118	0,164
M14a	0,012*	0,051*	0,100*	0,019	0,050	0,098	0,021	0,053	0,093	0,035	0,074	0,108	0,014	0,069	0,127
M14b	0,010*	0,053*	0,096*	0,016	0,052	0,111	0,016	0,051	0,092	0,026	0,048	0,081	0,005	0,038	0,074
M14c	0,015*	0,060*	0,114*	0,026	0,057	0,107	0,031	0,072	0,110	0,049	0,111	0,145	0,022	0,068	0,118
M15a	0,010*	0,053*	0,108*	0,016	0,055	0,111	0,020	0,059	0,104	0,027	0,077	0,122	0,018	0,097	0,157
M15b	0,012*	0,051*	0,101*	0,016	0,061	0,112	0,021	0,068	0,114	0,027	0,065	0,104	0,016	0,100	0,133
M15c	0,014*	0,062*	0,120*	0,016	0,066	0,135	0,024	0,077	0,126	0,041	0,127	0,189	0,020	0,127	0,218
M16a	0,021	0,061	0,094	0,024	0,053	0,101	0,023	0,057	0,096	0,028	0,068	0,105	0,011	0,079	0,131
M16b	0,014*	0,049*	0,083*	0,014	0,043	0,088	0,014	0,053	0,092	0,016	0,038	0,064	0,009	0,056	0,104
M16c	0,026	0,076	0,110*	0,031	0,068	0,123	0,035	0,080	0,118	0,050	0,110	0,156	0,024	0,108	0,173

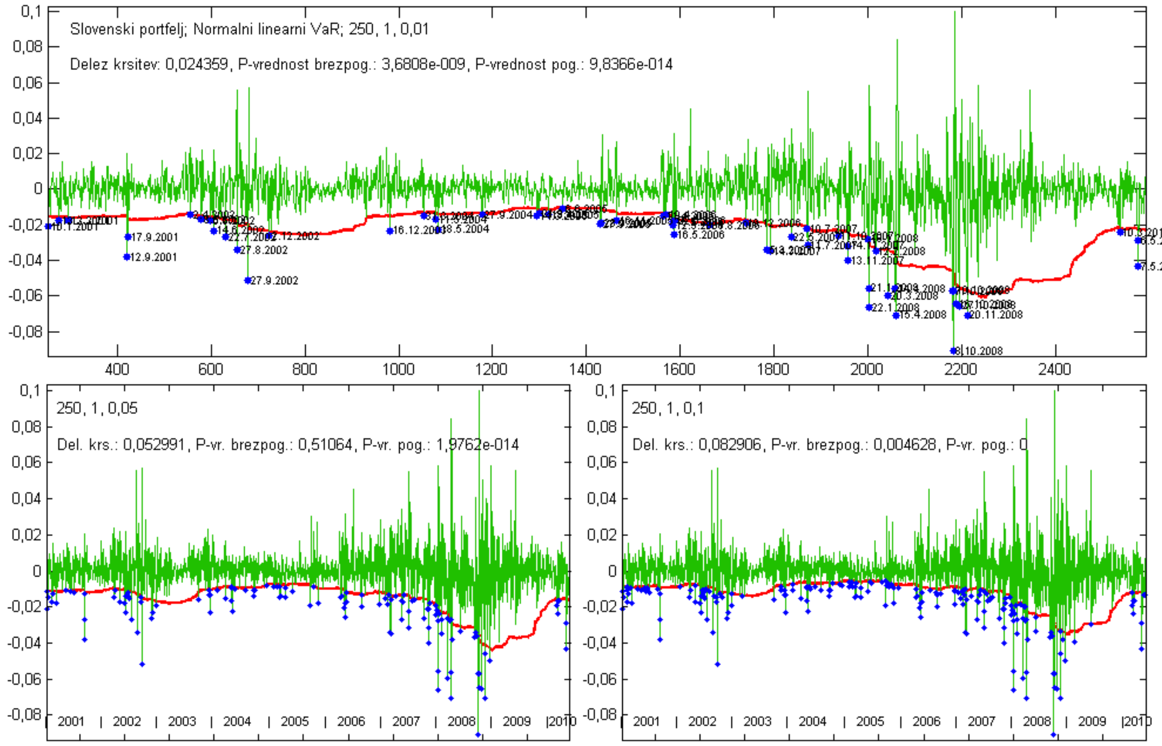
Vir: Lasten izračun

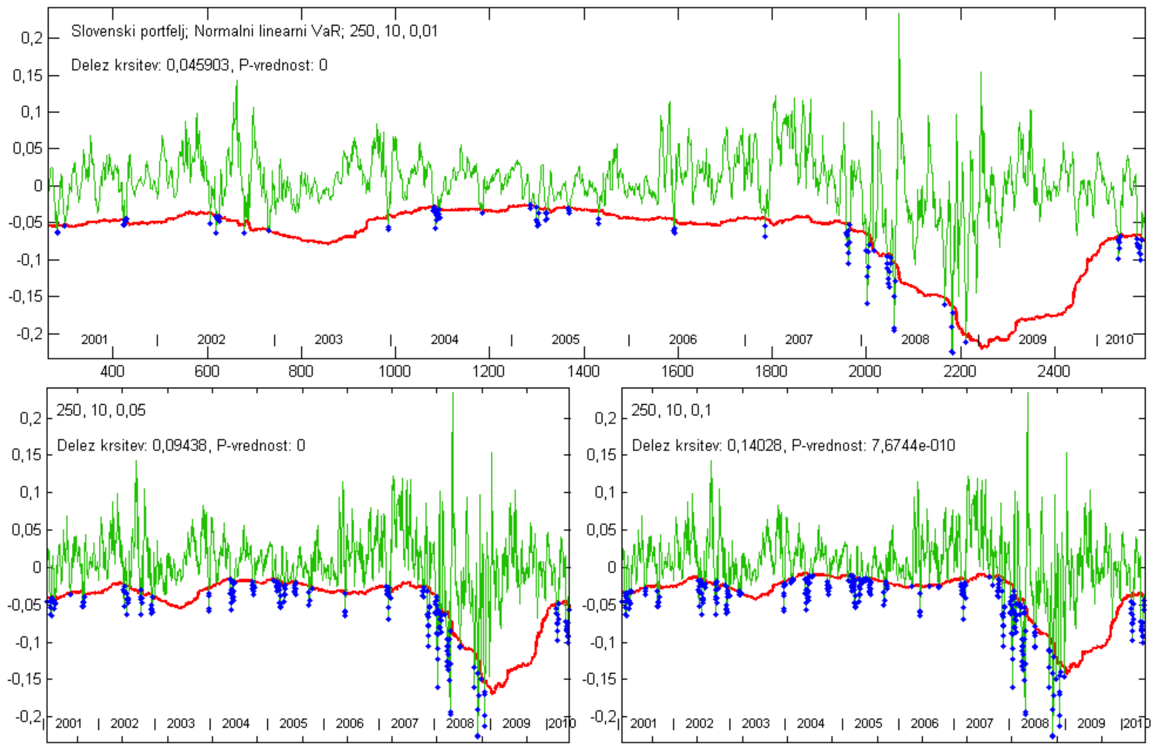
Priloga 3: Rezultati zgodovinskih testov na ameriškem portfelju

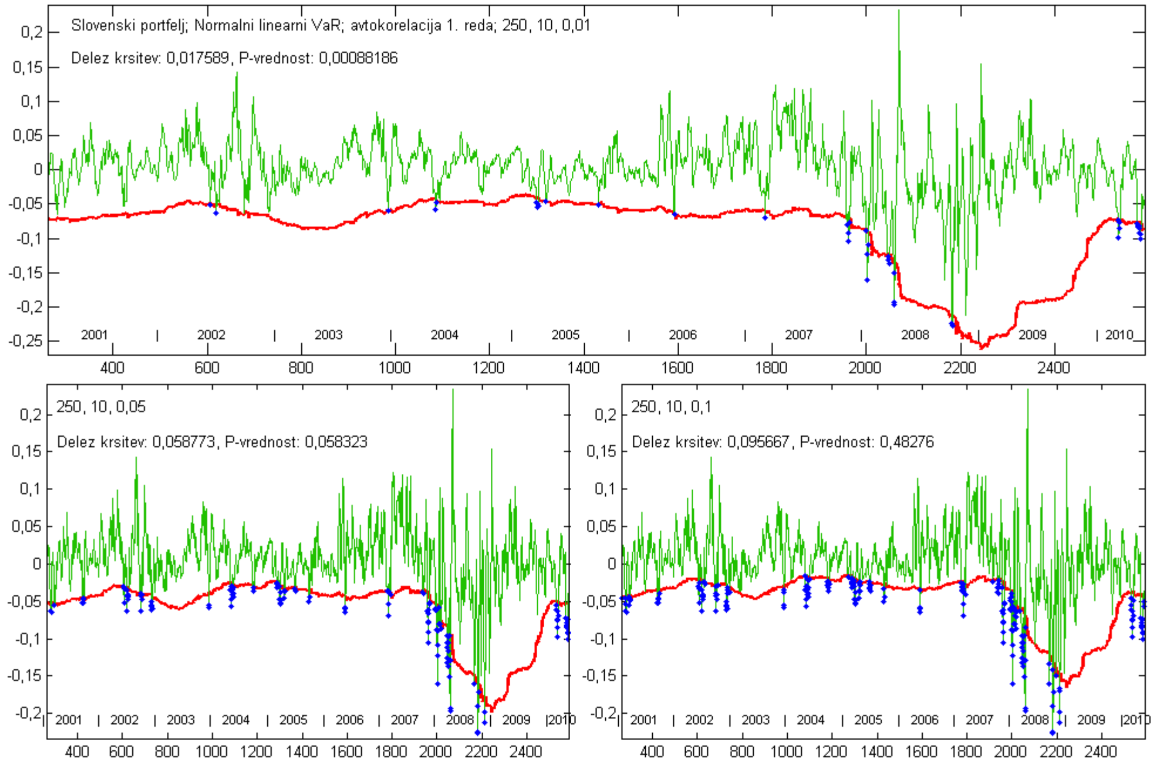
	h=1			h=5			h=10			h=25			h=65		
	0,01	0,05	0,1	0,01	0,05	0,1	0,01	0,05	0,1	0,01	0,05	0,1	0,01	0,05	0,1
M1a	0,022	0,056	0,089*	0,014	0,047	0,078	0,009	0,038	0,076	0,007	0,038	0,093	0,011	0,035	0,077
M1b	0,015*	0,038	0,085*	0,007	0,036	0,066	0,004	0,033	0,078	0,000	0,019	0,074	0,000	0,009	0,045
M1c	0,034	0,083	0,113*	0,022	0,063	0,097	0,015	0,041	0,075	0,015	0,063	0,114	0,030	0,076	0,139
M2a	0,022	0,056	0,089*	0,020	0,051	0,092	0,014	0,045	0,091	0,013	0,055	0,113	0,015	0,053	0,102
M2b	0,015*	0,038	0,085*	0,013	0,040	0,081	0,005	0,042	0,093	0,000	0,041	0,102	0,000	0,029	0,079
M2c	0,034	0,083	0,113*	0,033	0,068	0,121	0,027	0,054	0,099	0,034	0,083	0,139	0,042	0,110	0,173
M3a	0,020	0,058*	0,108*	0,018	0,052	0,093	0,017	0,050	0,095	0,010	0,059	0,118	0,010	0,043	0,091
M3b	0,020	0,054*	0,109*	0,020	0,048	0,095	0,020	0,053	0,109	0,003	0,068	0,114	0,008	0,036	0,085
M3c	0,022	0,064*	0,117*	0,016	0,060	0,093	0,014	0,042	0,083	0,020	0,064	0,125	0,020	0,064	0,134
M4a	0,017	0,060	0,108*	0,010	0,051	0,097	0,006	0,044	0,097	0,006	0,044	0,118	0,008	0,040	0,095
M4b	0,012*	0,041	0,098*	0,005	0,040	0,083	0,003	0,034	0,094	0,000	0,020	0,093	0,000	0,013	0,058
M4c	0,029	0,091	0,138	0,015	0,067	0,125	0,010	0,052	0,110	0,014	0,072	0,154	0,023	0,089	0,170
M5a	0,017	0,060	0,108*	0,013	0,055	0,107	0,008	0,051	0,110	0,008	0,060	0,137	0,013	0,061	0,117
M5b	0,012*	0,041	0,098*	0,008	0,044	0,094	0,003	0,044	0,106	0,000	0,048	0,119	0,000	0,033	0,089
M5c	0,029	0,091	0,138	0,022	0,074	0,143	0,015	0,067	0,134	0,020	0,090	0,180	0,037	0,127	0,200
M6a	0,015*	0,066	0,124	0,012	0,057	0,108	0,013	0,056	0,116	0,007	0,067	0,134	0,006	0,050	0,110
M6b	0,015*	0,058*	0,117*	0,012	0,050	0,106	0,013	0,057	0,127	0,000	0,073	0,119	0,000	0,038	0,089
M6c	0,018*	0,079	0,142	0,010	0,069	0,113	0,011	0,056	0,112	0,014	0,078	0,149	0,015	0,080	0,180
M7a	0,006*	0,045*	0,084	0,005	0,031	0,074	0,003	0,024	0,072	0,002	0,024	0,089	0,000	0,019	0,075
M7b	0,003*	0,030	0,074	0,001	0,023	0,064	0,000	0,019	0,068	0,000	0,007	0,072	0,000	0,000	0,042
M7c	0,012*	0,067*	0,113*	0,010	0,044	0,090	0,005	0,033	0,074	0,004	0,045	0,112	0,001	0,052	0,135
M8a	0,006*	0,045*	0,084	0,005	0,039	0,087	0,004	0,029	0,088	0,004	0,032	0,107	0,003	0,035	0,097
M8b	0,003*	0,030	0,074	0,001	0,029	0,077	0,000	0,025	0,087	0,000	0,015	0,095	0,000	0,015	0,073
M8c	0,012*	0,067*	0,113*	0,012	0,060	0,113	0,010	0,037	0,097	0,010	0,060	0,136	0,008	0,078	0,166
M9a	0,007*	0,039	0,103*	0,006	0,037	0,089	0,004	0,033	0,093	0,001	0,037	0,112	0,000	0,029	0,087
M9b	0,009*	0,033	0,105*	0,007	0,033	0,090	0,005	0,037	0,105	0,000	0,037	0,113	0,000	0,030	0,082
M9c	0,007*	0,046*	0,116*	0,004	0,040	0,090	0,004	0,030	0,082	0,003	0,049	0,119	0,001	0,045	0,127
M10a	0,015*	0,054	0,095*	0,015	0,053	0,099	0,013	0,049	0,101	0,016	0,061	0,126	0,028	0,059	0,098
M10b	0,011*	0,041	0,082*	0,011	0,046	0,090	0,011	0,046	0,107	0,008	0,054	0,127	0,000	0,030	0,077
M10c	0,023	0,076	0,110*	0,019	0,067	0,119	0,016	0,053	0,097	0,033	0,076	0,124	0,079	0,093	0,121
M11a	0,013*	0,050	0,083	0,013	0,047	0,090	0,008	0,042	0,091	0,014	0,051	0,113	0,026	0,052	0,091
M11b	0,008*	0,036	0,070	0,008	0,037	0,082	0,003	0,038	0,093	0,007	0,038	0,114	0,000	0,024	0,065
M11c	0,022	0,072	0,109*	0,019	0,061	0,112	0,015	0,048	0,093	0,031	0,067	0,117	0,075	0,090	0,119
M12a	0,027	0,060*	0,118	0,030	0,062	0,114	0,027	0,069	0,112	0,016	0,076	0,139	0,024	0,064	0,099
M12b	0,024	0,061*	0,114*	0,025	0,062	0,118	0,032	0,086	0,134	0,016	0,089	0,155	0,013	0,053	0,103
M12c	0,030	0,059*	0,116*	0,029	0,067	0,112	0,018	0,054	0,095	0,020	0,074	0,117	0,057	0,086	0,102
M13a	0,015*	0,059	0,104*	0,014	0,055	0,106	0,009	0,054	0,113	0,014	0,065	0,131	0,028	0,057	0,104
M13b	0,009*	0,036	0,094*	0,008	0,040	0,093	0,001	0,044	0,118	0,003	0,052	0,135	0,000	0,025	0,091
M13c	0,025	0,087	0,128	0,020	0,074	0,136	0,016	0,059	0,120	0,031	0,080	0,138	0,079	0,094	0,128
M14a	0,016	0,052*	0,103*	0,013	0,053	0,098	0,015	0,052	0,101	0,013	0,072	0,131	0,017	0,055	0,085
M14b	0,016*	0,048*	0,089*	0,013	0,048	0,091	0,019	0,052	0,109	0,012	0,070	0,142	0,007	0,045	0,079
M14c	0,020	0,061*	0,114*	0,015	0,060	0,108	0,011	0,048	0,099	0,020	0,079	0,129	0,041	0,075	0,099
M15a	0,017	0,051*	0,100*	0,011	0,044	0,091	0,010	0,038	0,089	0,005	0,045	0,106	0,007	0,034	0,076
M15b	0,016*	0,052*	0,094*	0,012	0,041	0,074	0,012	0,045	0,094	0,000	0,042	0,103	0,000	0,030	0,060
M15c	0,019*	0,064*	0,114*	0,008	0,048	0,106	0,010	0,040	0,090	0,011	0,060	0,124	0,020	0,059	0,134
M16a	0,021	0,058	0,089*	0,014	0,047	0,076	0,011	0,034	0,074	0,006	0,036	0,083	0,004	0,018	0,051
M16b	0,013*	0,040	0,079*	0,007	0,037	0,066	0,004	0,029	0,075	0,000	0,020	0,062	0,000	0,000	0,017
M16c	0,035	0,083	0,114*	0,019	0,060	0,093	0,015	0,040	0,074	0,012	0,052	0,101	0,012	0,048	0,108

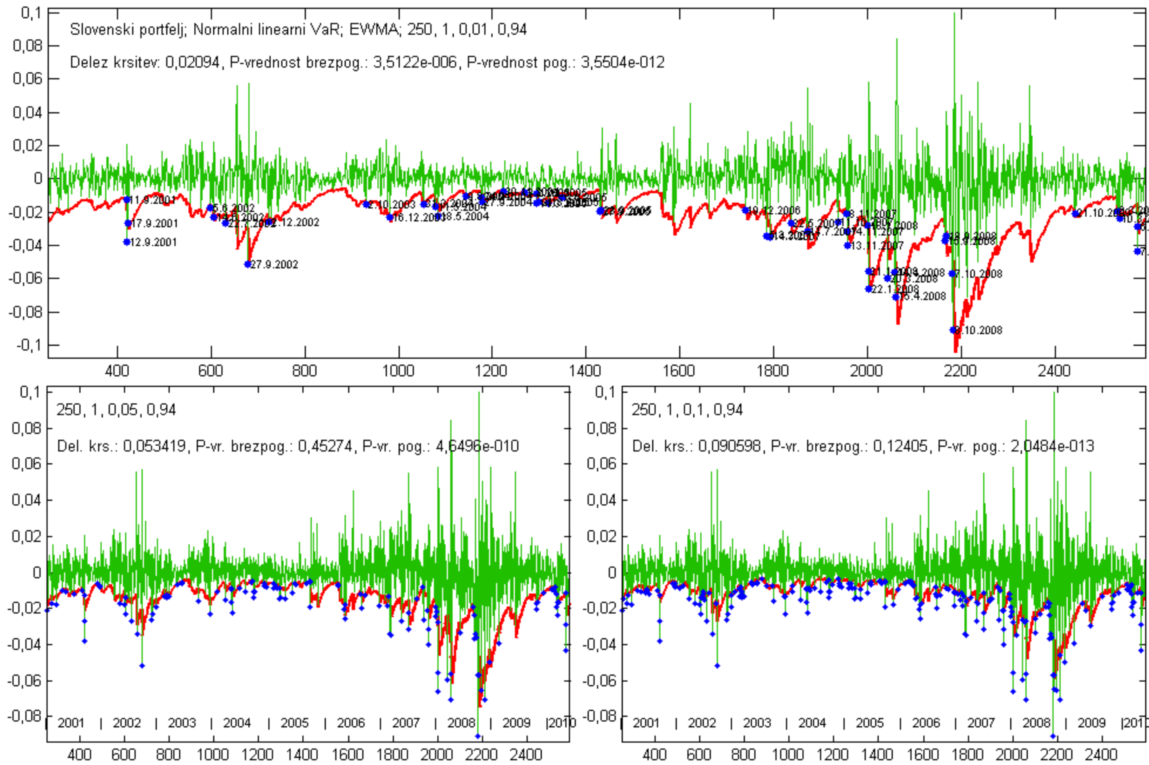
Vir: Lasten izračun

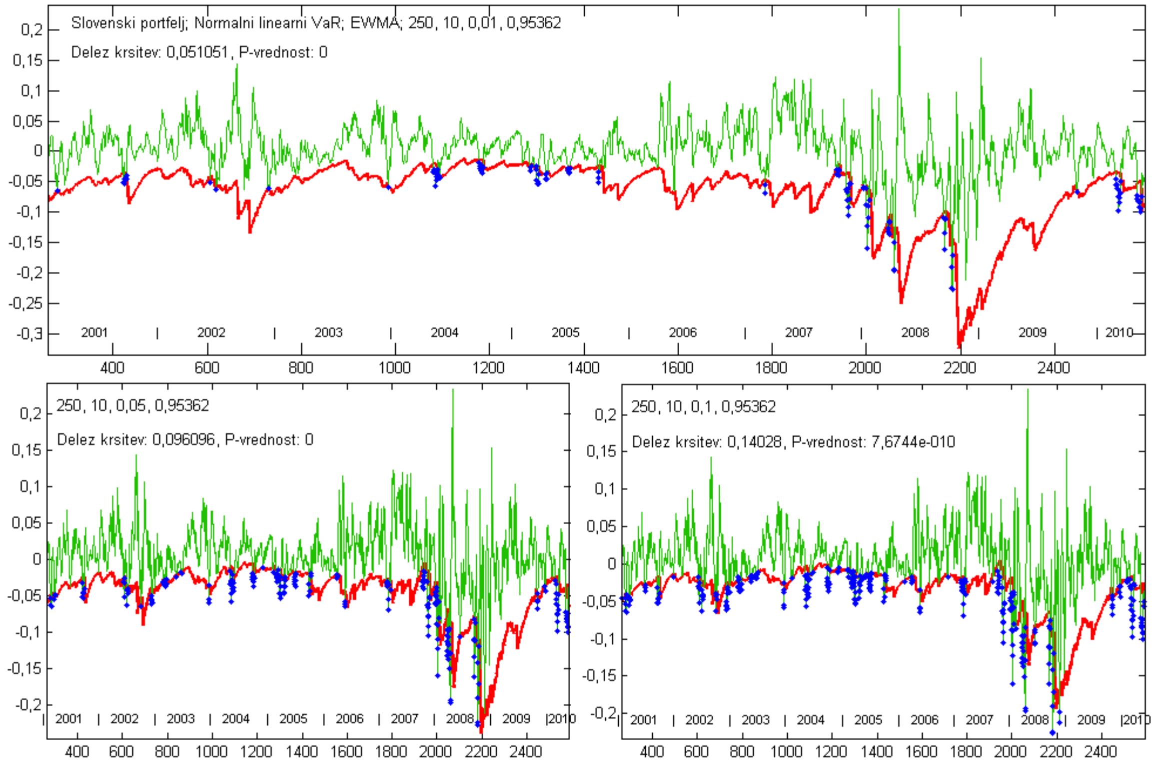
Priloga 4: Grafi zgodovinskih testov

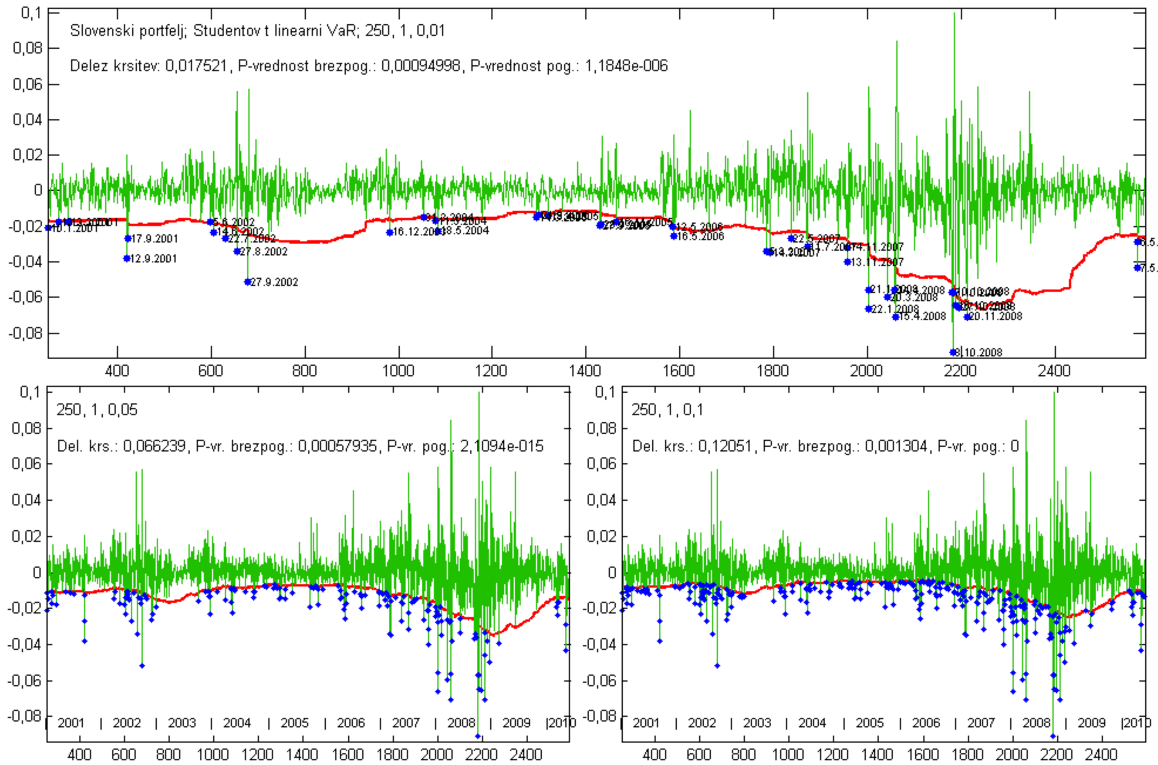


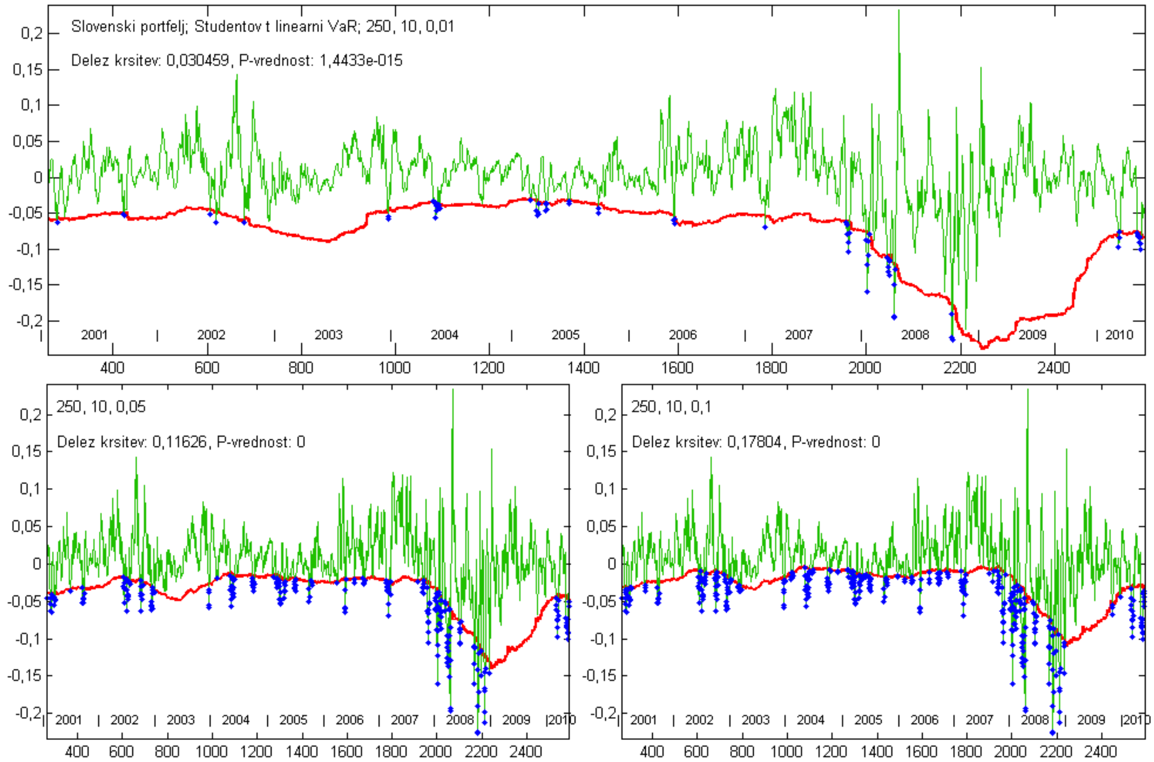


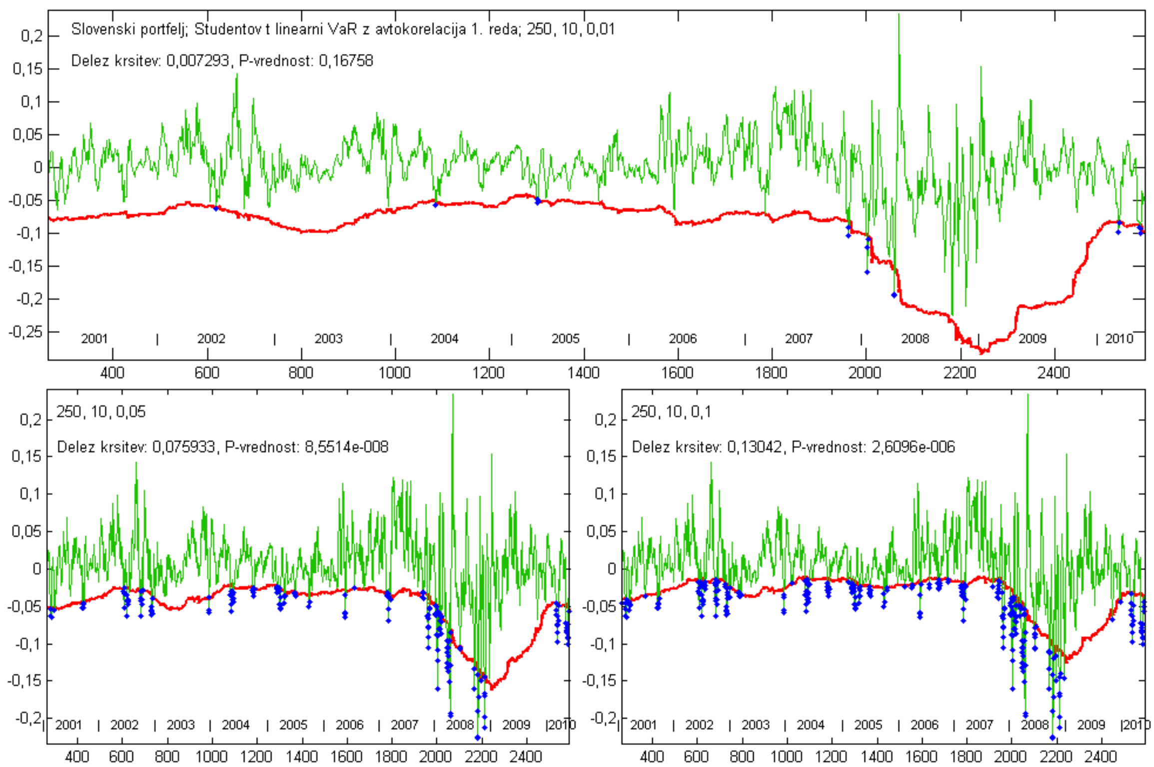

Slovenski portfelj; Normalni linearni VaR; avtokorelacija 1. reda; 250, 10, 0,01
Delez krsitev: 0,017589, P-vrednost: 0,00088186
250, 10, 0,05
Delez krsitev: 0,058773, P-vrednost: 0,058323
250, 10, 0,1
Delez krsitev: 0,095667, P-vrednost: 0,48276

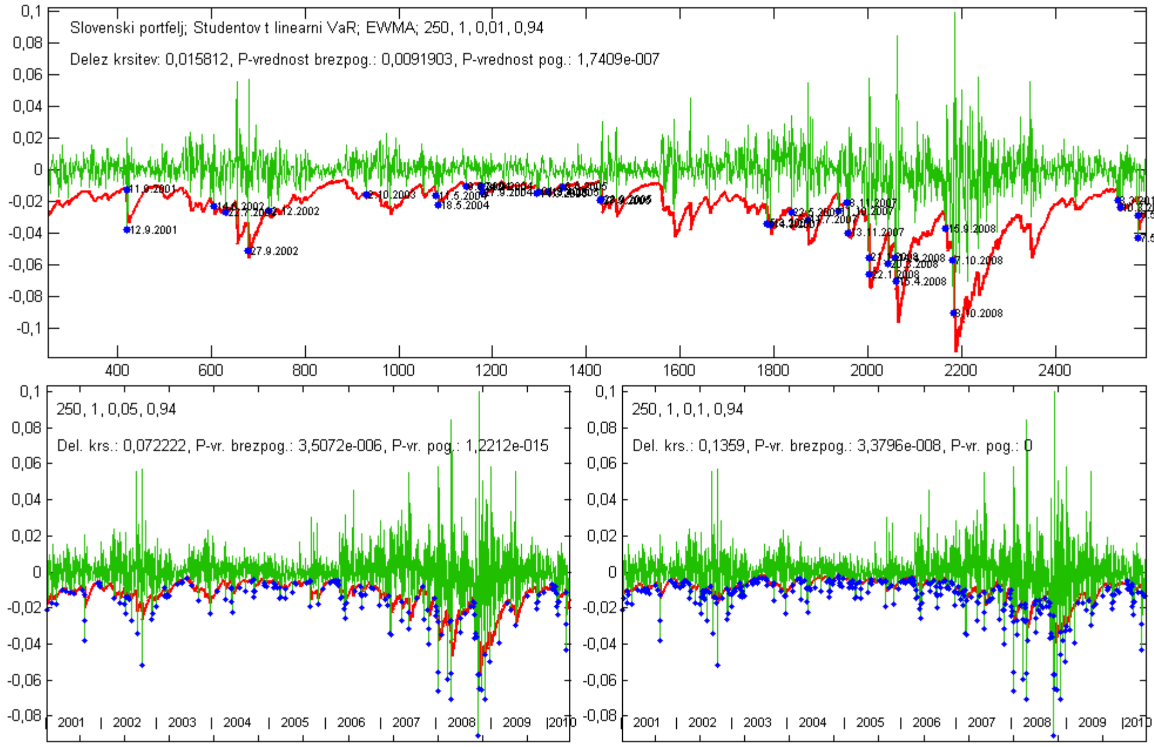

Slovenski portfelj; Normalni linearni VaR; EWMA; 250, 1, 0,01, 0,94
Delez krsitev: 0,02094, P-vrednost brezpog.: 3,5122e-006, P-vrednost pog.: 3,5504e-012
250, 1, 0,05, 0,94
Del. krs.: 0,053419, P-vr. brezpog.: 0,45274, P-vr. pog.: 4,6496e-010
250, 1, 0,1, 0,94
Del. krs.: 0,090598, P-vr. brezpog.: 0,12405, P-vr. pog.: 2,0484e-013

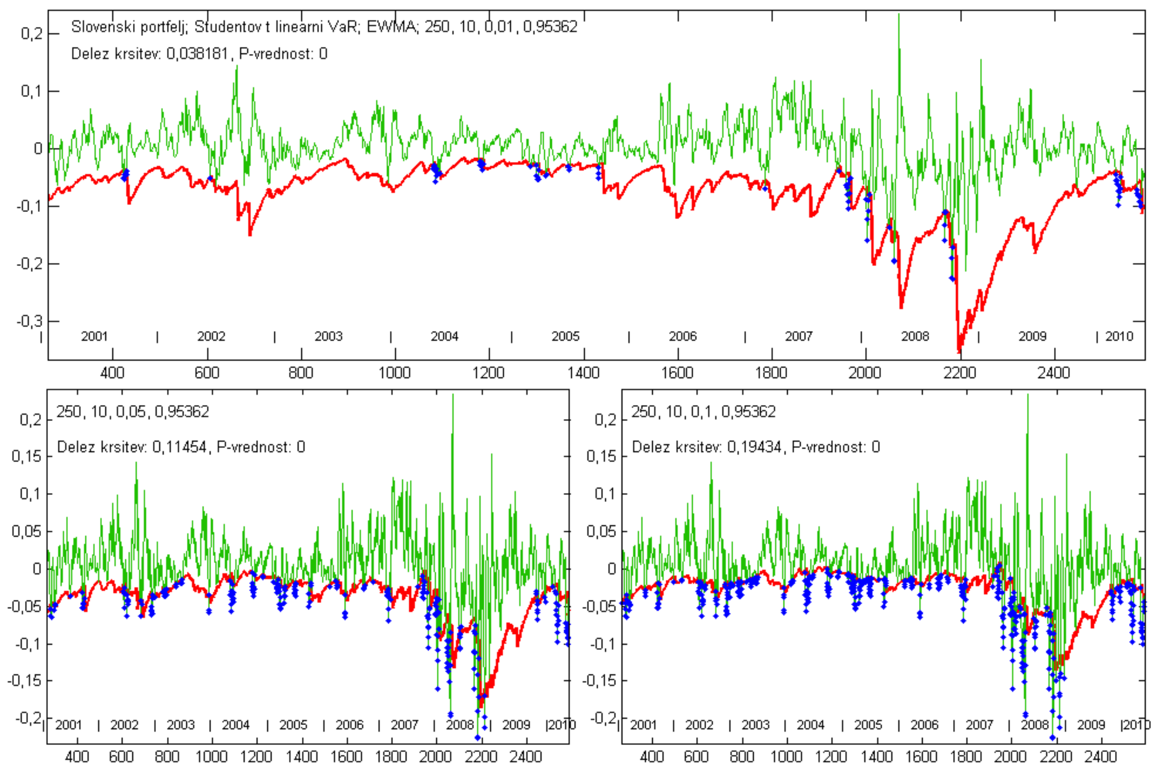

Slovenski portfelj; Normalni linearni VaR; EWMA; 250, 10, 0,01, 0,95362
Delez krsitev: 0,051051, P-vrednost: 0
250, 10, 0,05, 0,95362
Delez krsitev: 0,096096, P-vrednost: 0
250, 10, 0,1, 0,95362
Delez krsitev: 0,14028, P-vrednost: 7,6744e-010

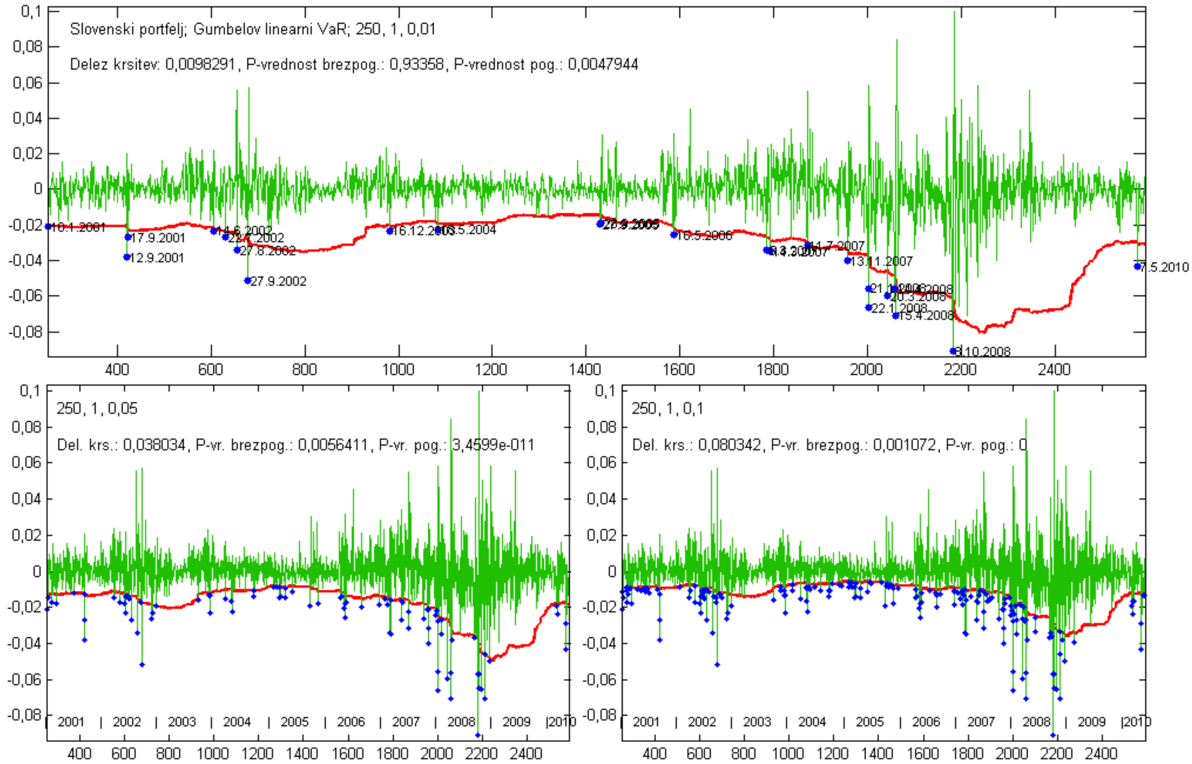

Slovenski portfelj; Studentov t linearni VaR; 250, 1, 0,01
Delez krsitev: 0,017521, P-vrednost brezpog.: 0,00094998, P-vrednost pog.: 1,1848e-006
250, 1, 0,05
Del. krs.: 0,066239, P-vr. brezpog.: 0,00057935, P-vr. pog.: 2,1094e-015
250, 1, 0,1
Del. krs.: 0,12051, P-vr. brezpog.: 0,001304, P-vr. pog.: 0

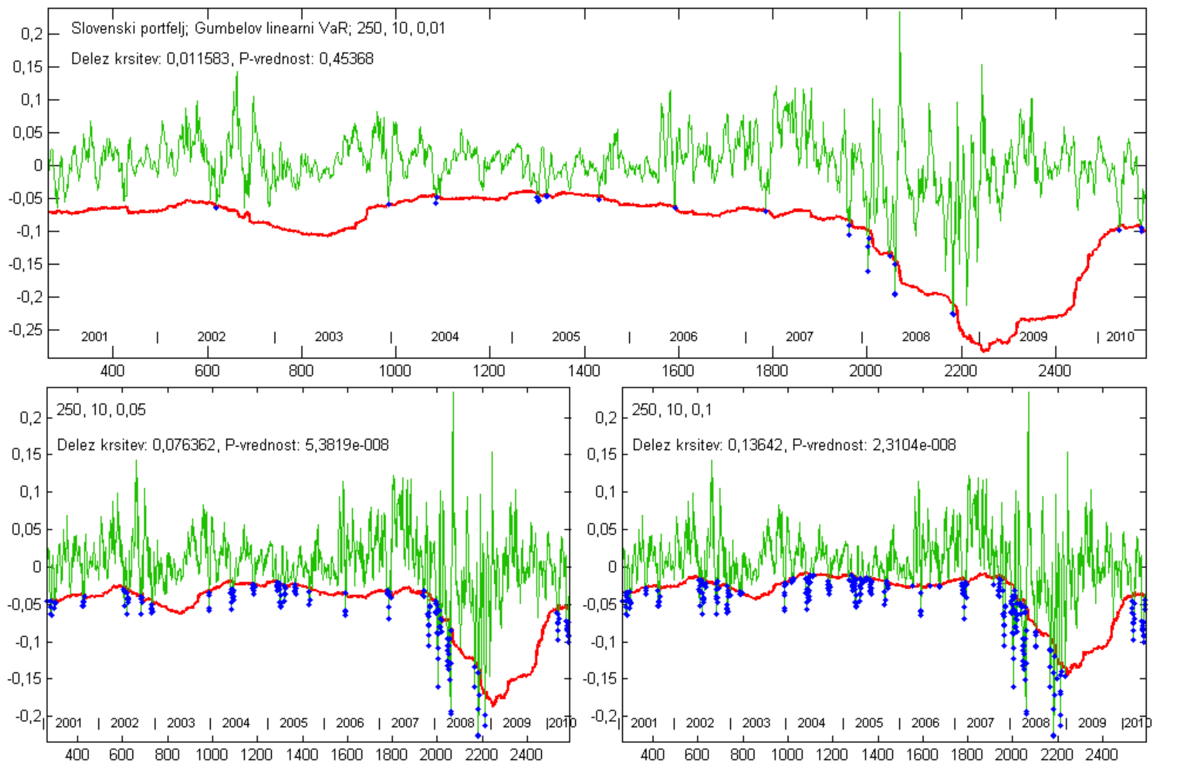

Slovenski portfelj; Studentov t linearni VaR; 250, 10, 0,01
Delez krsitev: 0,030459, P-vrednost: 1,4433e-015
250, 10, 0,05
Delez krsitev: 0,11626, P-vrednost: 0
250, 10, 0,1
Delez krsitev: 0,17804, P-vrednost: 0

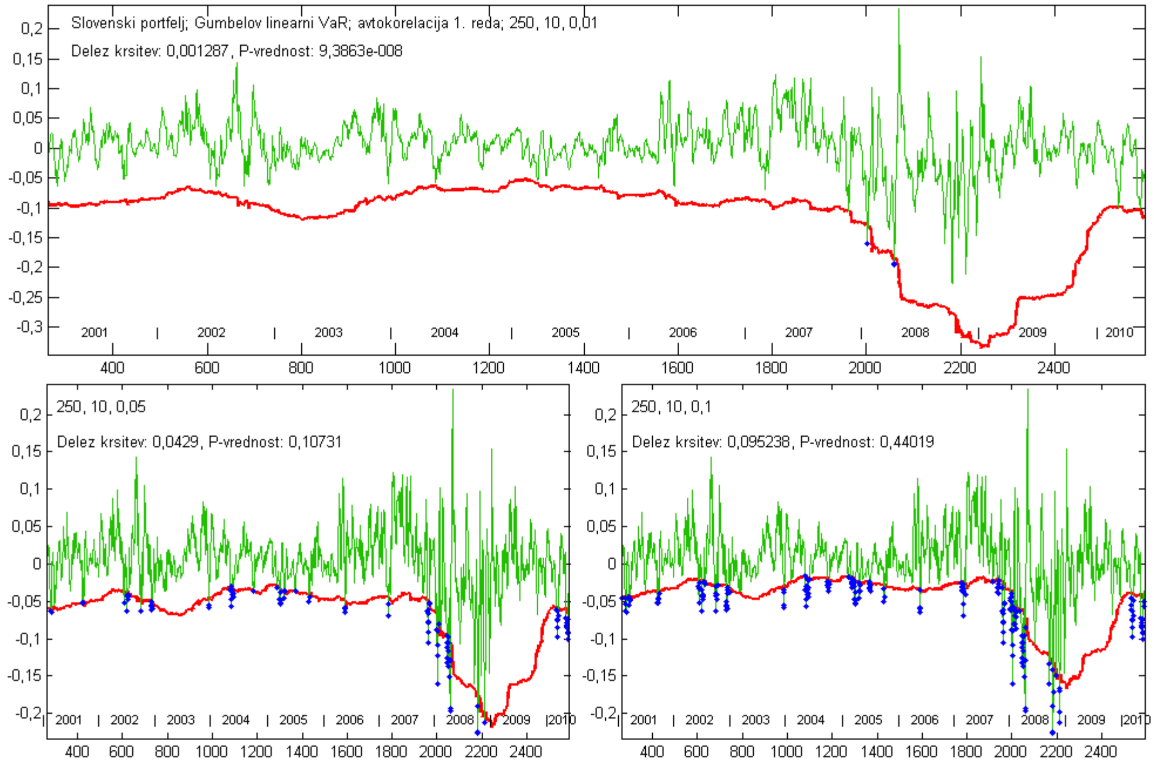

Slovenski portfelj; Studentov t linearni VaR z avtokorelacija 1. reda; 250, 10, 0,01
Delez krsitev: 0,007293, P-vrednost: 0,16758
250, 10, 0,05
Delez krsitev: 0,075933, P-vrednost: 8,5514e-008
250, 10, 0,1
Delez krsitev: 0,13042, P-vrednost: 2,6096e-006

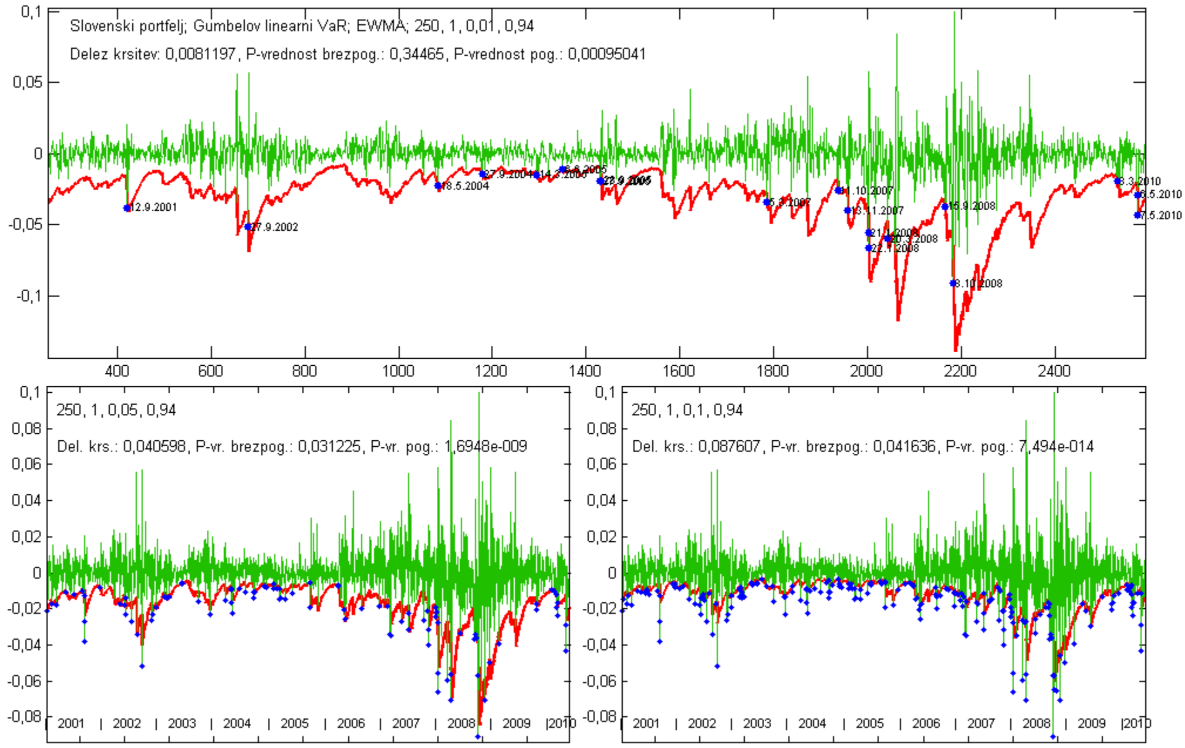

Slovenski portfelj; Studentov t linearni VaR; EWMA; 250, 1, 0,01, 0,94
Delez krsitev: 0,015812, P-vrednost brezpog.: 0,0091903, P-vrednost pog.: 1,7409e-007
250, 1, 0,05, 0,94
Del. krs.: 0,072222, P-vr. brezpog.: 3,5072e-006, P-vr. pog.: 1,2212e-015
250, 1, 0,1, 0,94
Del. krs.: 0,1359, P-vr. brezpog.: 3,3796e-008, P-vr. pog.: 0

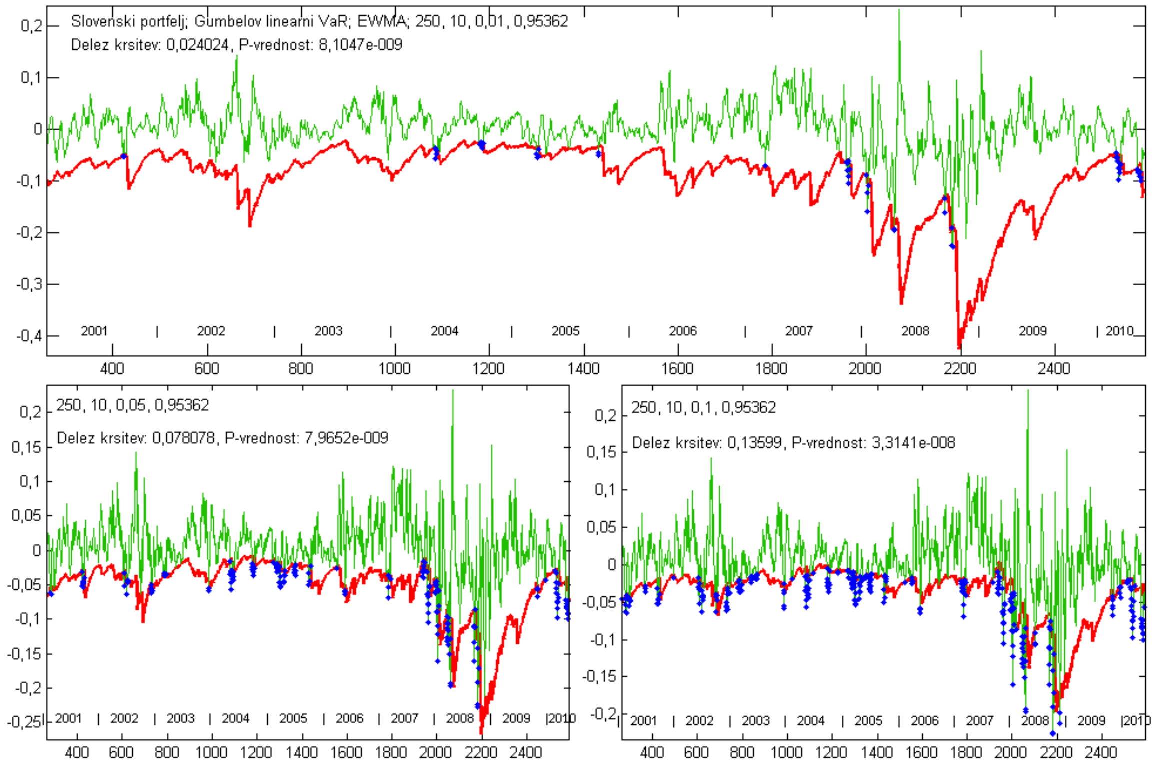

Slovenski portfelj; Studentov t linearni VaR; EWMA; 250, 10, 0,01, 0,95362
Delez krsitev: 0,038181, P-vrednost: 0
250, 10, 0,05, 0,95362
Delez krsitev: 0,11454, P-vrednost: 0
250, 10, 0,1, 0,95362
Delez krsitev: 0,19434, P-vrednost: 0


Slovenski portfelj; Gumbelov linearni VaR; 250, 1, 0,01
Delez krsitev: 0,0098291, P-vrednost brezpog.: 0,93358, P-vrednost pog.: 0,0047944
250, 1, 0,05
Del. krs.: 0,038034, P-vr. brezpog.: 0,0056411, P-vr. pog.: 3,4599e-011
250, 1, 0,1
Del. krs.: 0,080342, P-vr. brezpog.: 0,001072, P-vr. pog.: 0

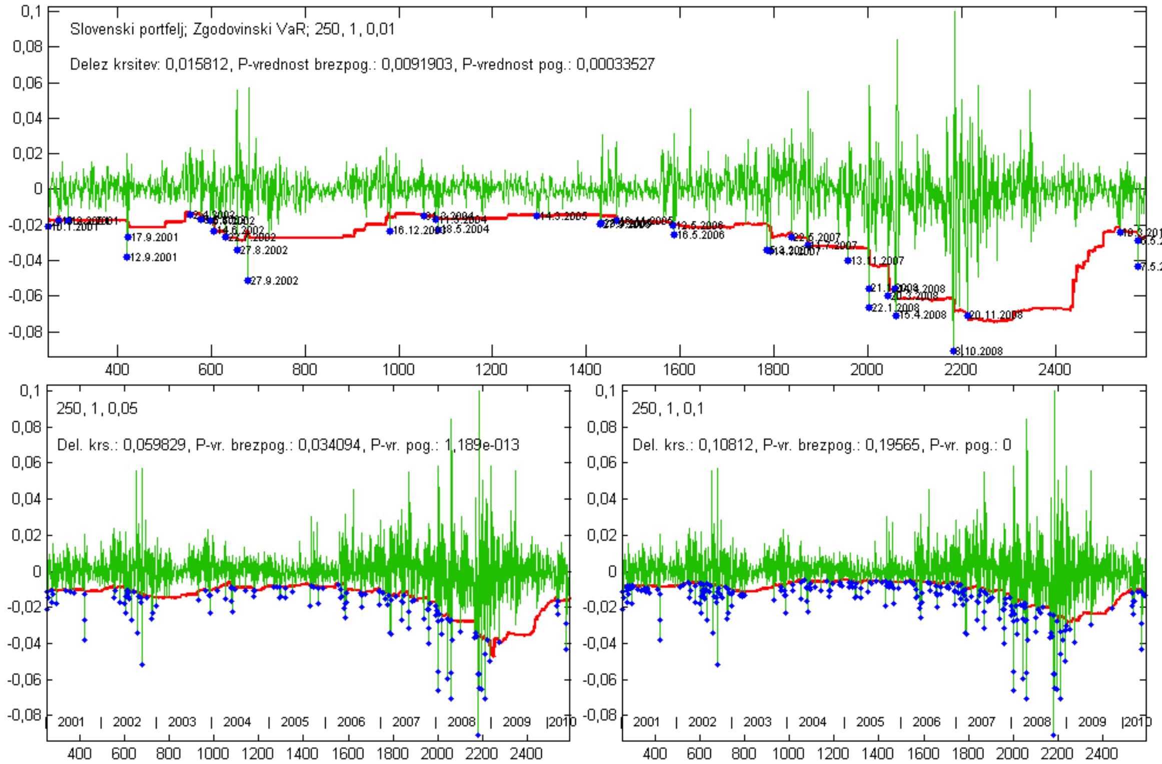

Slovenski portfelj; Gumbelov linearni VaR; 250, 10, 0,01
Delez krsitev: 0,011583, P-vrednost: 0,45368
250, 10, 0,05
Delez krsitev: 0,076362, P-vrednost: 5,3819e-008
250, 10, 0,1
Delez krsitev: 0,13642, P-vrednost: 2,3104e-008

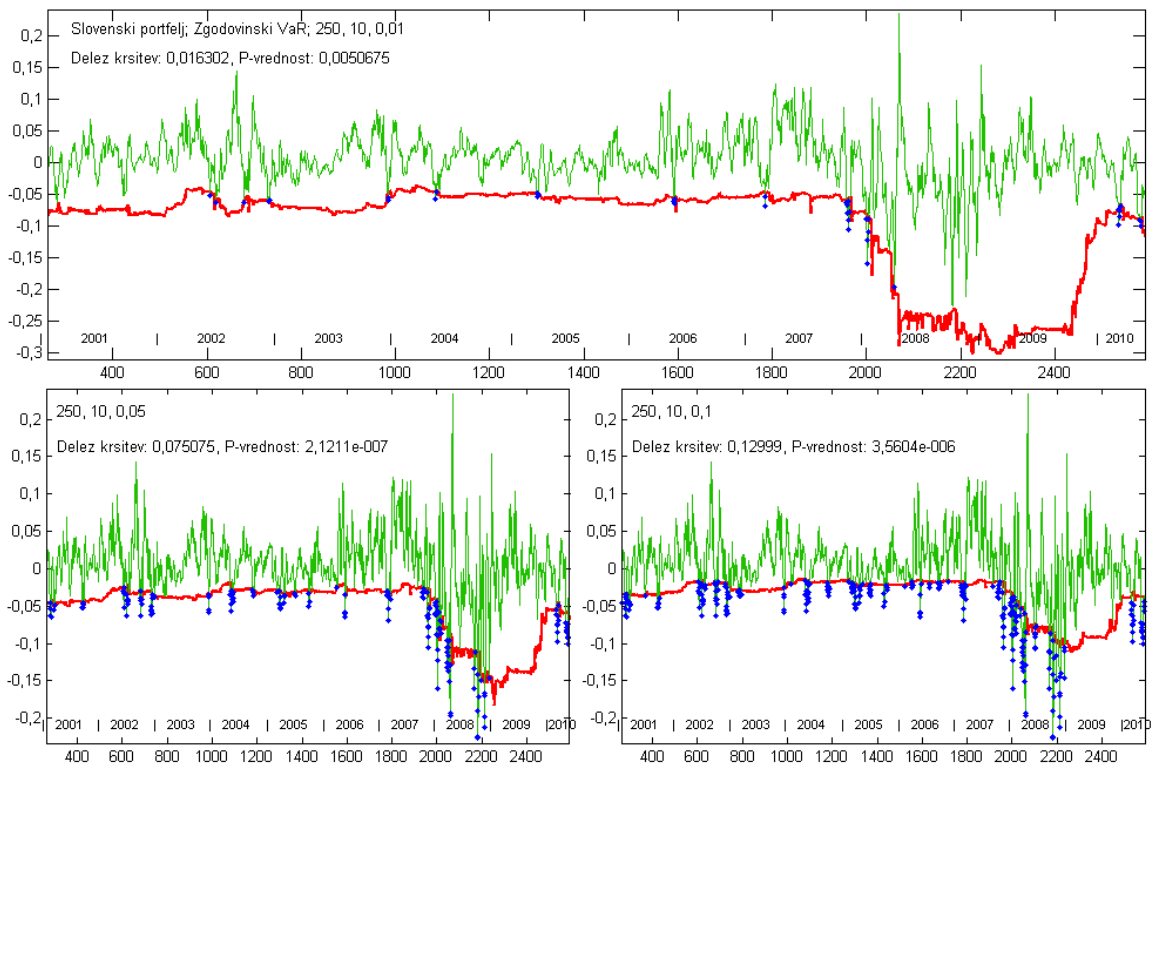

Slovenski portfelj; Gumbelov linearni VaR; avtokorelacija 1. reda; 250, 10, 0,01
Delez krsitev: 0,001287, P-vrednost: 9,3863e-008
250, 10, 0,05
Delez krsitev: 0,0429, P-vrednost: 0,10731
250, 10, 0,1
Delez krsitev: 0,095238, P-vrednost: 0,44019

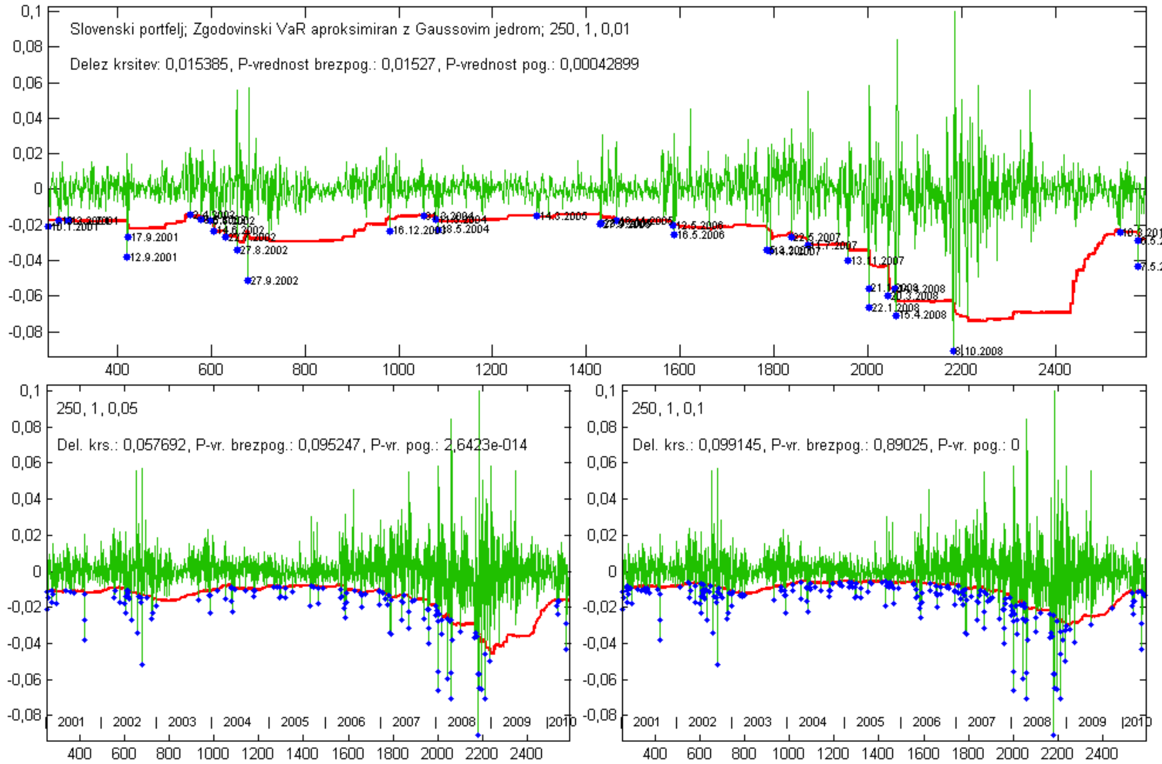

Slovenski portfelj; Gumbelov linearni VaR; EWMA; 250, 1, 0,01, 0,94
Delez krsitev: 0,0081197, P-vrednost brezpog.: 0,34465, P-vrednost pog.: 0,00095041
250, 1, 0,05, 0,94
Del. krs.: 0,040598, P-vr. brezpog.: 0,031225, P-vr. pog.: 1,6948e-009
250, 1, 0,1, 0,94
Del. krs.: 0,087607, P-vr. brezpog.: 0,041636, P-vr. pog.: 7,494e-014

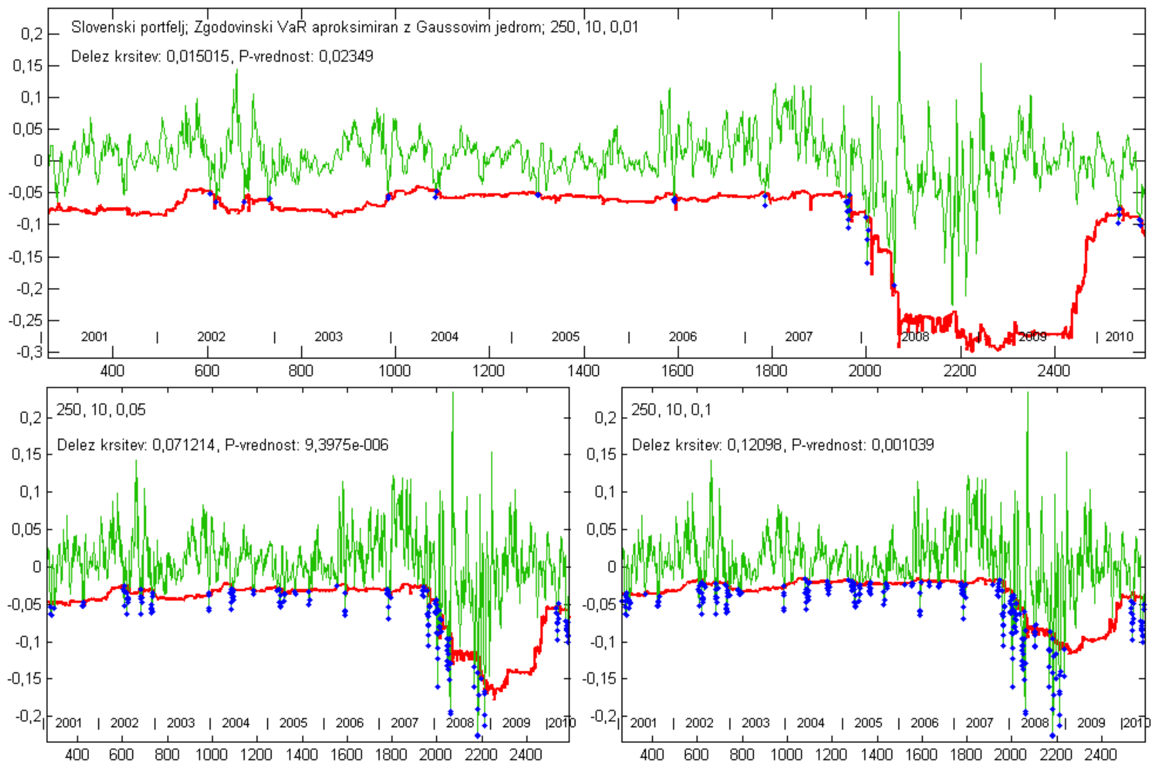


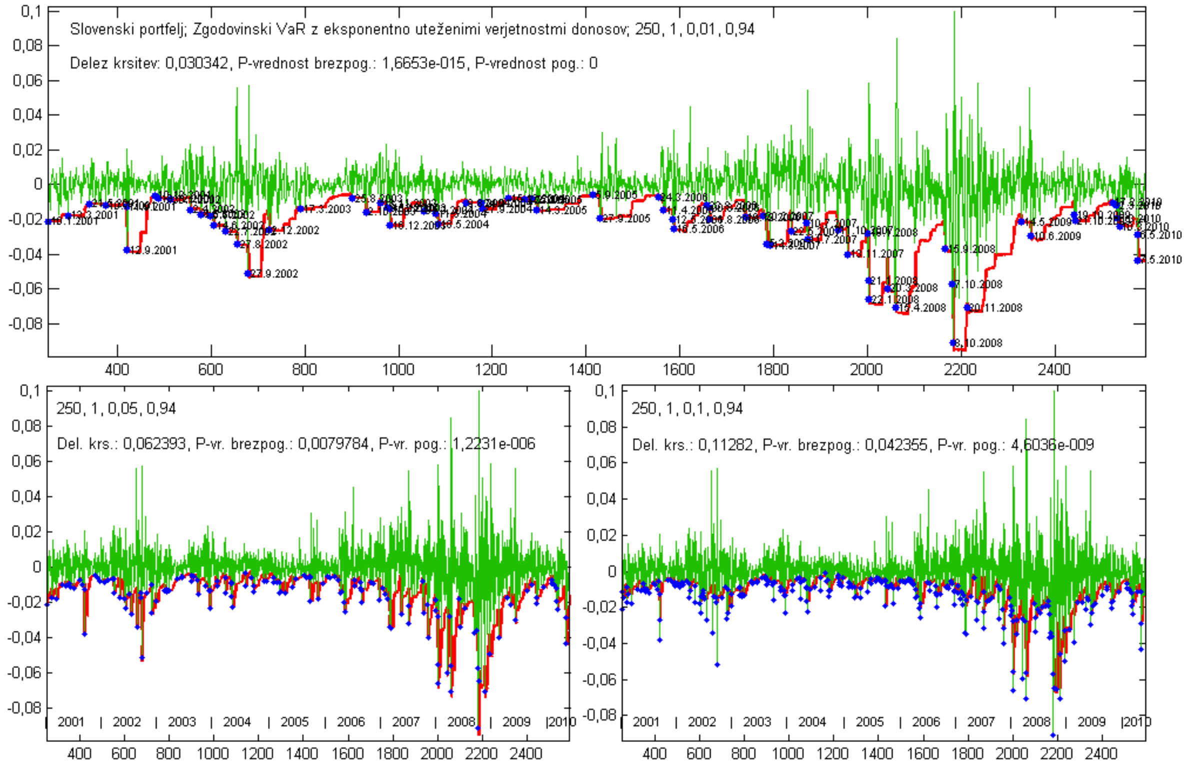
Slovenski portfelj; Gumbelov linearni VaR; EWMA; 250, 10, 0,01, 0,95362
Delez krsitev: 0,024024, P-vrednost: 8,1047e-009
250, 10, 0,05, 0,95362
Delez krsitev: 0,078078, P-vrednost: 7,9652e-009
250, 10, 0,1, 0,95362
Delez krsitev: 0,13599, P-vrednost: 3,3141e-008

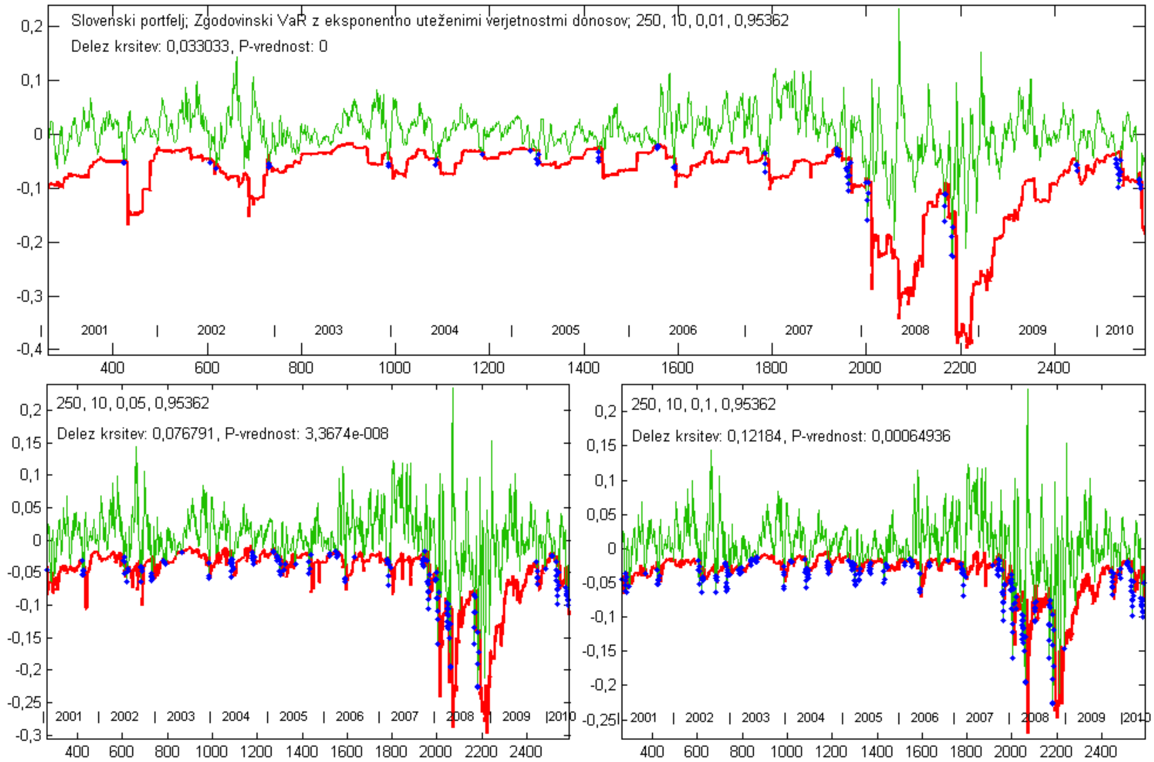

Slovenski portfelj; Zgodovinski VaR; 250, 1, 0,01
Delez krsitev: 0,015812, P-vrednost brezpog.: 0,0091903, P-vrednost pog.: 0,00033527
250, 1, 0,05
Del. krs.: 0,059829, P-vr. brezpog.: 0,034094, P-vr. pog.: 1,189e-013
250, 1, 0,1
Del. krs.: 0,10812, P-vr. brezpog.: 0,19565, P-vr. pog.: 0

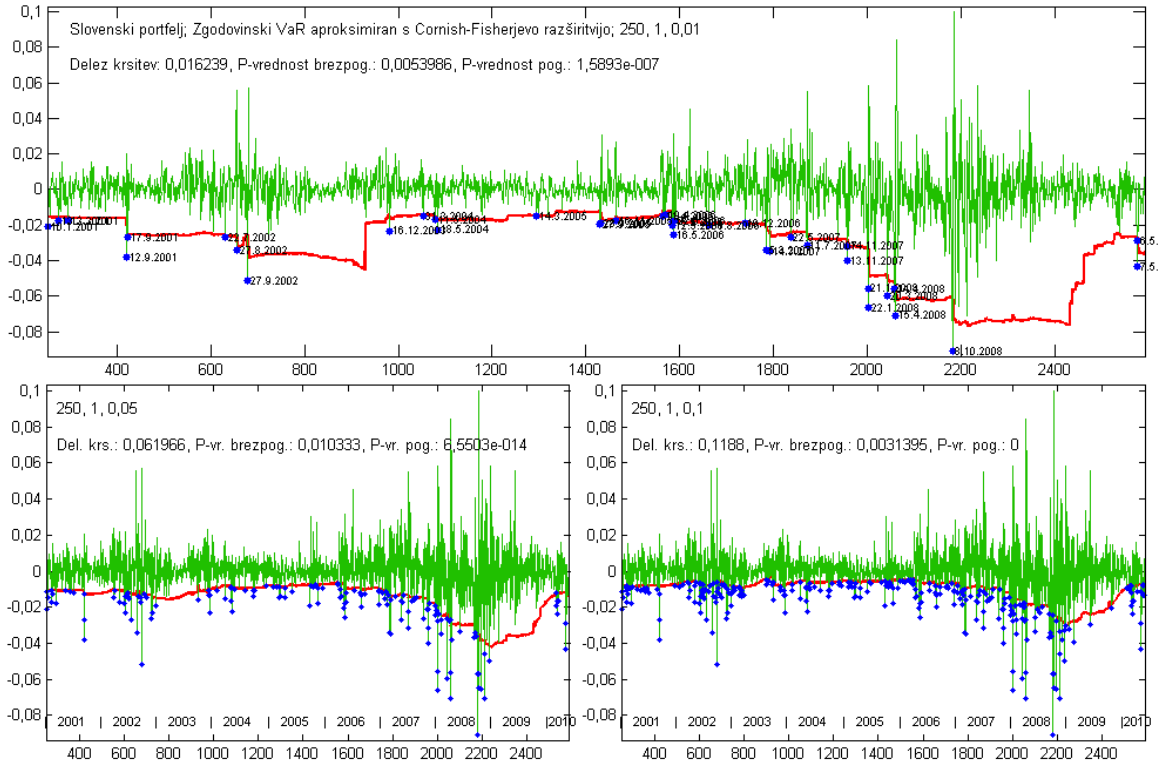

Slovenski portfelj; Zgodovinski VaR; 250, 10, 0,01
Delez krsitev: 0,016302, P-vrednost: 0,0050675
250, 10, 0,05
Delez krsitev: 0,075075, P-vrednost: 2,1211e-007
250, 10, 0,1
Delez krsitev: 0,12999, P-vrednost: 3,5604e-006

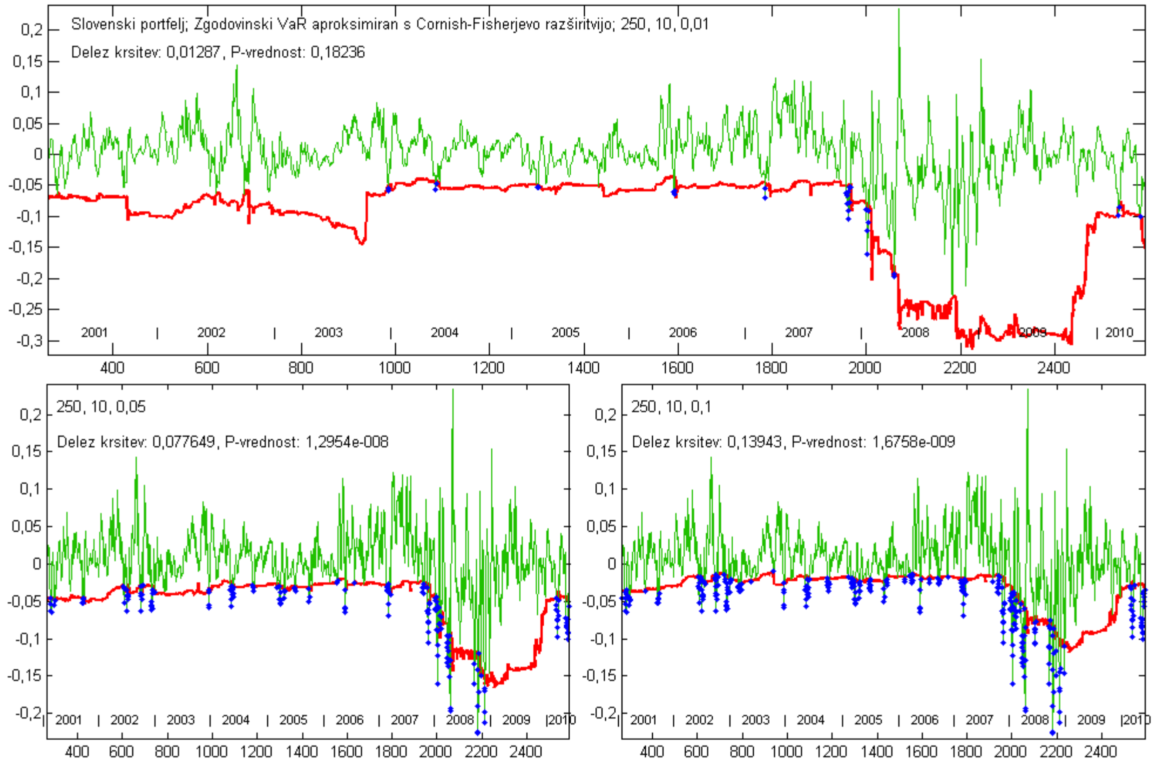

Slovenski portfelj; Zgodovinski VaR aproksimiran z Gaussovim jedrom; 250, 1, 0,01
Delez krsitev: 0,015385, P-vrednost brezpog.: 0,01527, P-vrednost pog.: 0,00042899
250, 1, 0,05
Del. krs.: 0,057692, P-vr. brezpog.: 0,095247, P-vr. pog.: 2,6423e-014
250, 1, 0,1
Del. krs.: 0,099145, P-vr. brezpog.: 0,89025, P-vr. pog.: 0

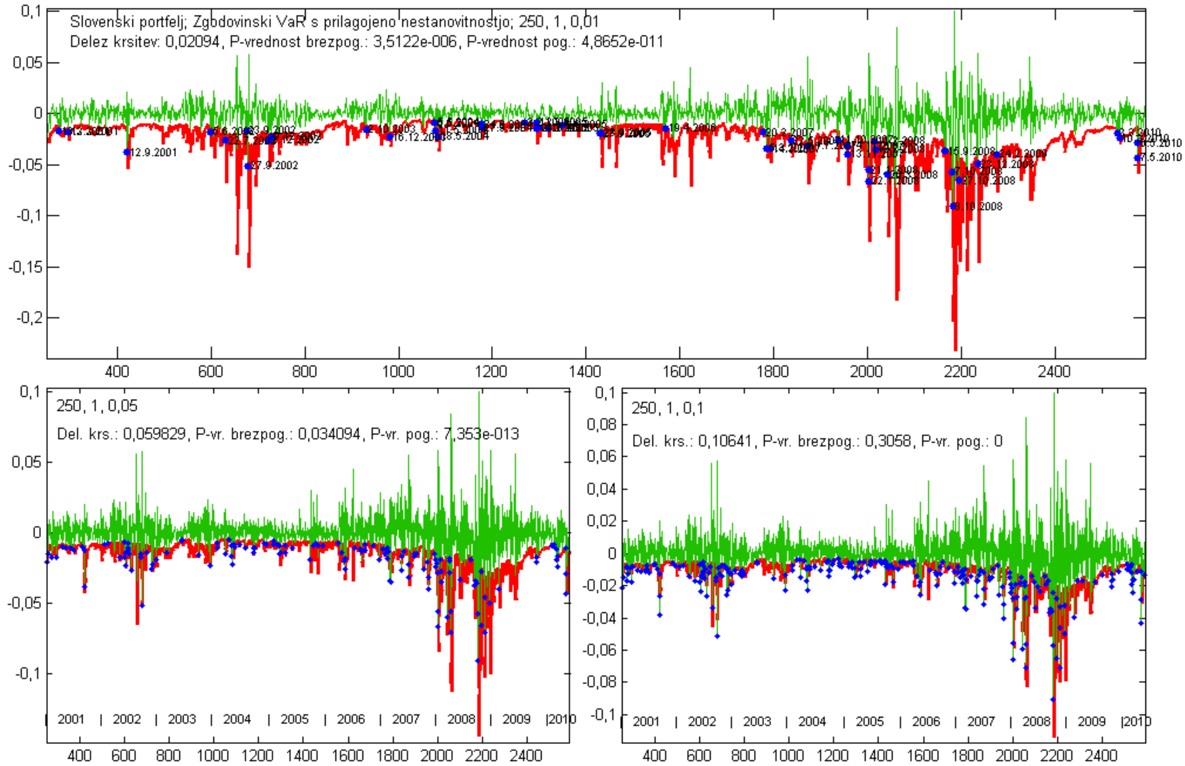

Slovenski portfelj; Zgodovinski VaR aproksimiran z Gaussovim jedrom; 250, 10, 0,01
Delez krsitev: 0,015015, P-vrednost: 0,02349
250, 10, 0,05
Delez krsitev: 0,071214, P-vrednost: 9,3975e-006
250, 10, 0,1
Delez krsitev: 0,12098, P-vrednost: 0,001039

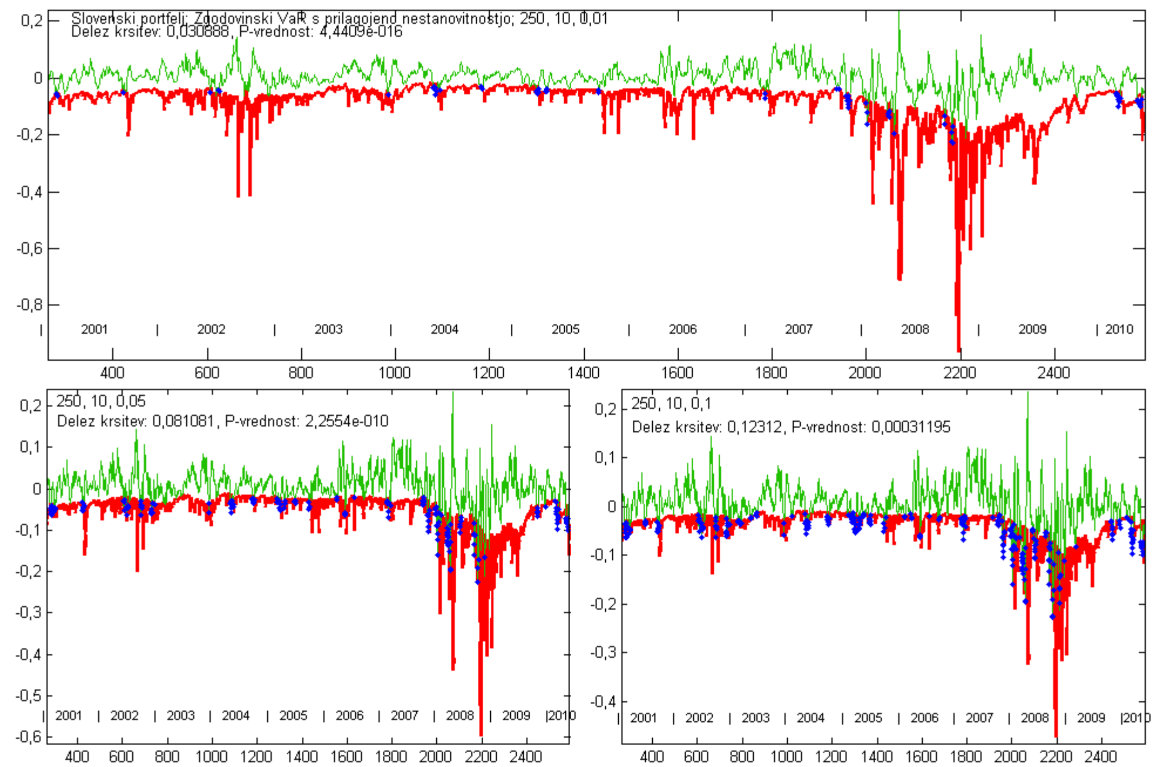

Slovenski portfelj; Zgodovinski VaR z eksponentno uteženimi verjetnostmi donosov; 250, 1, 0,01, 0,94
Delez krsitev: 0,030342, P-vrednost brezpog.: 1,6653e-015, P-vrednost pog.: 0
250, 1, 0,05, 0,94
Del. krs.: 0,062393, P-vr. brezpog.: 0,0079784, P-vr. pog.: 1,2231e-006
250, 1, 0,1, 0,94
Del. krs.: 0,11282, P-vr. brezpog.: 0,042355, P-vr. pog.: 4,6036e-009

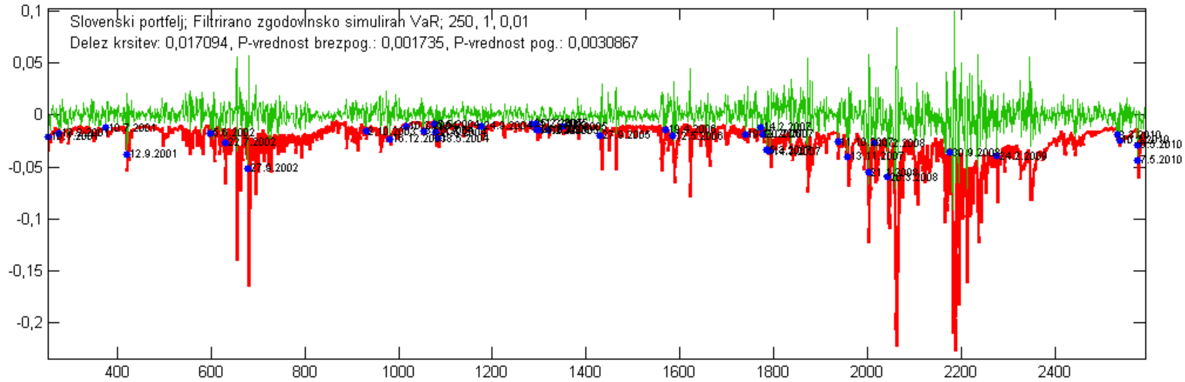

Slovenski portfelj; Zgodovinski VaR z eksponentno uteženimi verjetnostmi donosov; 250, 10, 0,01, 0,95362
Delez krsitev: 0,033033, P-vrednost: 0
250, 10, 0,05, 0,95362
Delez krsitev: 0,076791, P-vrednost: 3,3674e-008
250, 10, 0,1, 0,95362
Delez krsitev: 0,12184, P-vrednost: 0,00064936

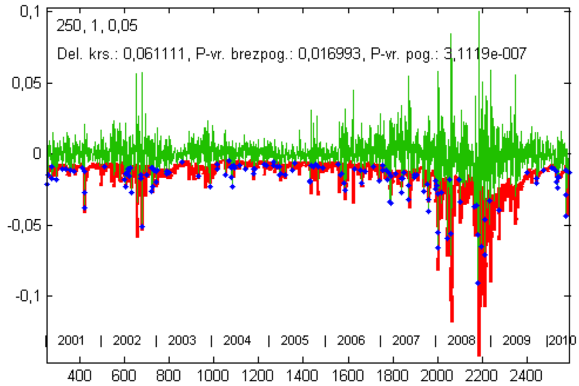

Slovenski portfelj; Zgodovinski VaR aproksimiran s Cornish-Fisherjevo razširitvijo; 250, 1, 0,01
Delez krsitev: 0,016239, P-vrednost brezpog.: 0,0053986, P-vrednost pog.: 1,5893e-007
250, 1, 0,05
Del. krs.: 0,061966, P-vr. brezpog.: 0,010333, P-vr. pog.: 6,5503e-014
250, 1, 0,1
Del. krs.: 0,1188, P-vr. brezpog.: 0,0031395, P-vr. pog.: 0

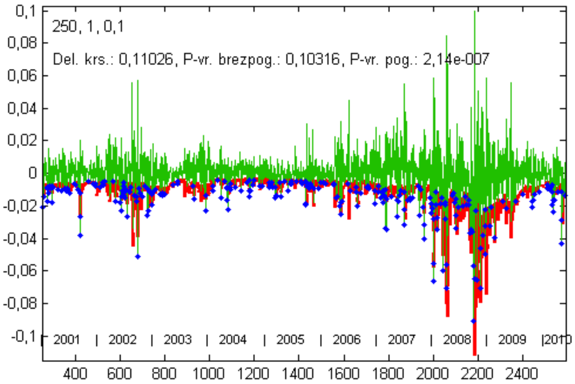

Slovenski portfelj; Zgodovinski VaR aproksimiran s Cornish-Fisherjevo razširitvijo; 250, 10, 0,01
Delez krsitev: 0,01287, P-vrednost: 0,18236
250, 10, 0,05
Delez krsitev: 0,077649, P-vrednost: 1,2954e-008
250, 10, 0,1
Delez krsitev: 0,13943, P-vrednost: 1,6758e-009

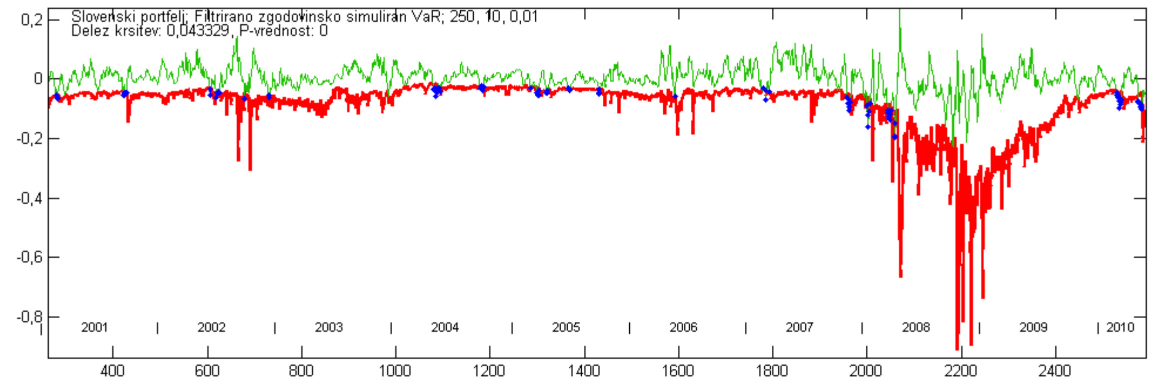

Slovenski portfelj; Zgodovinski VaR s prilagojeno nestanovitnostjo; 250, 1, 0,01
Delez krsitev: 0,02094, P-vrednost brezpog.: 3,5122e-006, P-vrednost pog.: 4,8652e-011
250, 1, 0,05
Del. krs.: 0,059829, P-vr. brezpog.: 0,034094, P-vr. pog.: 7,353e-013
250, 1, 0,1
Del. krs.: 0,10641, P-vr. brezpog.: 0,3058, P-vr. pog.: 0

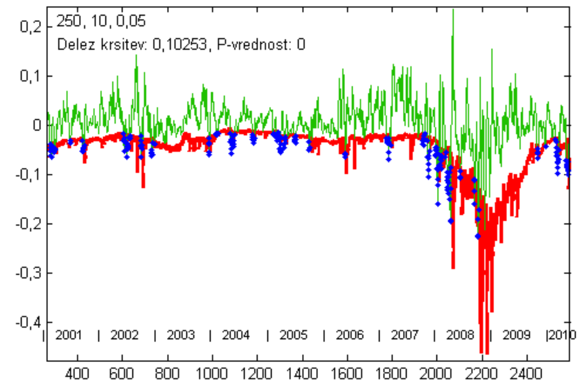

Slovenski portfelj; Zgodovinski VaR s prilagojeno nestanovitnostjo; 250, 10, 0,01
Delez krsitev: 0,030888, P-vrednost: 4,4409e-016
250, 10, 0,05
Delez krsitev: 0,081081, P-vrednost: 2,2554e-010
250, 10, 0,1
Delez krsitev: 0,12312, P-vrednost: 0,00031195

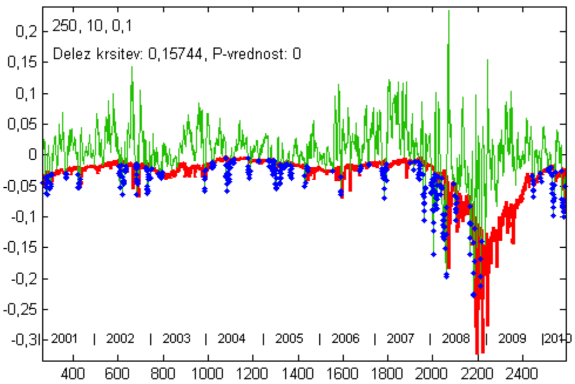

Slovenski portfelj; Filtrirano zgodovinsko simuliran VaR; 250, 1, 0,01
Delez krsitev: 0,017094, P-vrednost brezpog.: 0,001735, P-vrednost pog.: 0,0030867

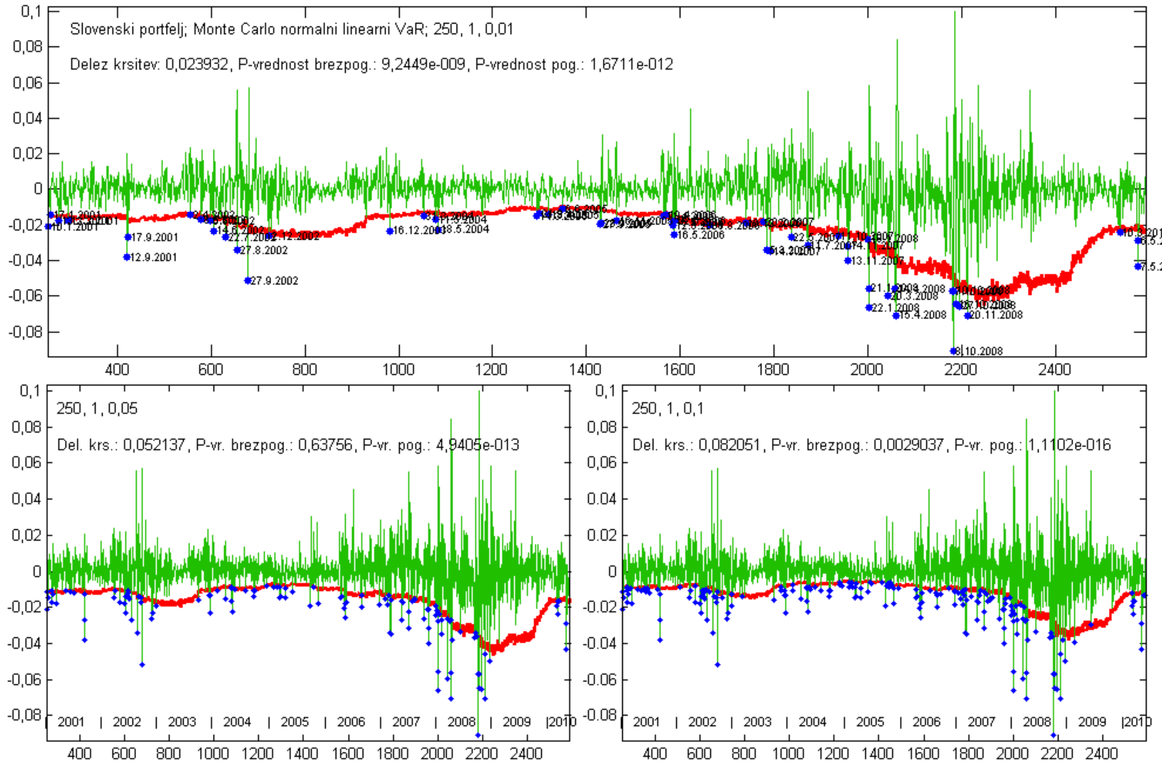

250, 1, 0,05
Del. krs.: 0,061111, P-vr. brezpog.: 0,016993, P-vr. pog.: 3,1119e-007

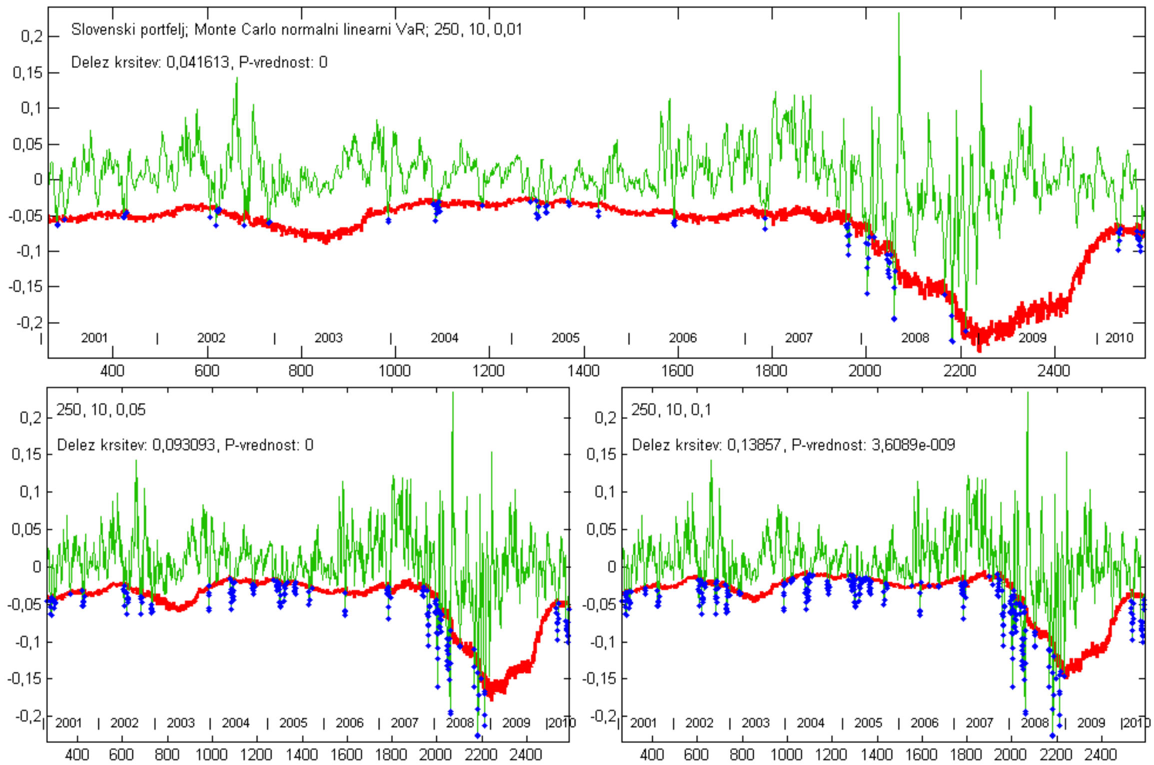

250, 1, 0,1
Del. krs.: 0,11026, P-vr. brezpog.: 0,10316, P-vr. pog.: 2,14e-007


Slovenski portfelj; Filtrirano zgodovinsko simuliran VaR; 250, 10, 0,01
Delez krsitev: 0,043329, P-vrednost: 0


250, 10, 0,05
Delez krsitev: 0,10253, P-vrednost: 0


250, 10, 0,1
Delez krsitev: 0,15744, P-vrednost: 0


Slovenski portfelj; Monte Carlo normalni linearni VaR; 250, 1, 0,01
Delez krsitev: 0,023932, P-vrednost brezpog.: 9,2449e-009, P-vrednost pog.: 1,6711e-012
250, 1, 0,05
Del. krs.: 0,052137, P-vr. brezpog.: 0,63756, P-vr. pog.: 4,9405e-013
250, 1, 0,1
Del. krs.: 0,082051, P-vr. brezpog.: 0,0029037, P-vr. pog.: 1,1102e-016


Slovenski portfelj; Monte Carlo normalni linearni VaR; 250, 10, 0,01
Delez krsitev: 0,041613, P-vrednost: 0
250, 10, 0,05
Delez krsitev: 0,093093, P-vrednost: 0
250, 10, 0,1
Delez krsitev: 0,13857, P-vrednost: 3,6089e-009